

УДК 37.015.33

Применение математической статистики в обработке результатов психолого-педагогического исследования

Федяева Татьяна Владимировна

Кандидат педагогических наук,
Орловский государственный университет им. И.С. Тургенева,
302026, Российская Федерация, Орел, ул. Комсомольская, 95;
e-mail: fedyaevatv-orel@mail.ru

Демьянков Евгений Николаевич

Кандидат педагогических наук, профессор,
Орловский государственный университет им. И.С. Тургенева,
302026, Российская Федерация, Орел, ул. Комсомольская, 95;
e-mail: kaf_botany@univ-orel.ru

Везиров Тимур Гаджиевич

Доктор педагогических наук, профессор,
кафедра методики преподавания математики и информатики,
Дагестанский государственный педагогический университет,
367003, Российская Федерация, Респ. Дагестан, Махачкала, ул. М. Ярагского, 57;
e-mail: timur.60@mail.ru

Аннотация

В статье рассмотрены математические методы обработки экспериментальных данных психолого-педагогических исследований, хорошо зарекомендовавшие себя в отечественной педагогической практике. Теоретические исследования в психологии и педагогике нередко подтверждаются количественными характеристиками, введение которых дает возможность получения объективных данных о результатах исследования. В данной работе оцениваются различия методик и способов обработки данных, их корреляционный анализ. Приведены теоретические сведения и формулы для расчета типовых задач. Математическая статистика – мощный инструментальный в руках исследователя, который позволяет обобщать, анализировать, находить зависимости между экспериментальными данными, моделировать ситуации, прогнозировать, избегая логических и содержательных ошибок. Владение методами статистического исследования дает большие возможности анализа и обработки материалов в психолого-педагогических исследованиях.

Для цитирования в научных исследованиях

Федяева Т.В., Демьянков Е.Н, Везиров Т.Г. Применение математической статистики в обработке результатов психолого-педагогического исследования // Педагогический журнал. 2016. Том 6. № 6А. С. 244-253.

Ключевые слова

Педагогические исследования, нулевая и альтернативная гипотеза, критерий Пирсона, критерий Спирмена, формула поэлементарного анализа А.А. Кыверялга.

Введение

В результате психолого-педагогического исследования экспериментаторы сталкиваются с большим объемом экспериментальных данных. Изучаемые характеристики требуют грамотной, эффективной интерпретации, для этой цели применяют статистику. В отечественной психолого-педагогической практике хорошо зарекомендовали себя ряд методик статистической обработки результатов исследования (М.И. Грабарь, К.А. Краснянская, Л.Б. Ительсон и др.). Статистика – количественная характеристика того или иного явления. Для того чтобы сделать вывод об эффективности той или иной методики или технологии необходим качественный анализ. При помощи статистических методов получают числовые характеристики, которыми можно в дальнейшем апеллировать: делать прогнозы, сравнивать, приходиться к определенным умозаключениям, давать рекомендации.

**Особенности введения количественных показателей
в психолого-педагогические исследования**

Педагогические исследования представляют собой особый вид познавательной деятельности, в ходе которой выявляют неизвестные стороны, отношения, грани изучаемых явлений. Теоретические исследования в психологии, педагогике обязательно подтверждаются количественными характеристиками. Введение в исследования количественных показателей дает возможность получения объективных данных о результатах исследования.

При проведении психолого-педагогических исследований ученый сталкивается с определенным количеством испытуемых, такую выборку контингента в статистике называют генеральной совокупностью. Нередко возникает вопрос о допустимых объемах выборки (n), он может быть любым (но не менее двух) и зависит в большинстве случаев от целеполагания проводимого психолого-педагогического исследования. В практике различают малую ($n < 30$), среднюю ($30 < n < 100$) и большую выборку ($n > 100$). Считается, что чем больше выборка, тем большая вероятность получения достоверных результатов.

Существуют определенные требования к выборке:

1. Выборка должна быть однородна, т. е. по возрасту, социальному статусу, уровню интеллекта и т. д.

2. Должна обладать репрезентативностью, т. е. позволяющая расширить полученные итоги на всю генеральную совокупность.

Существуют несколько подходов в формировании репрезентативной выборки: таблица случайных чисел или жеребьевка (случайная выборка представителей данной генеральной совокупности при равных возможностях быть отобранными); стратифицированная случайная выборка (деление на группы генеральной совокупности согласно выбранным признакам – возраст, место проживания, образовательное учреждение и т. д.).

Доказательства статистической достоверности в педагогических исследованиях отличается от доказательств в математике, поэтому статистическими методами в психолого-педагогических исследованиях не доказывается правомерность того или иного вывода, а демонстрируется правдоподобность принятия или не принятия той или иной гипотезы. Иными словами, устанавливается значимость различий между контрольной и экспериментальной группой, выясняется, возникли ли эти различия случайно или это результат планомерного воздействия на экспериментальную группу.

Нулевая или основная гипотеза (H_0) позиционируется как гипотеза о наличии сходства (параметры сравниваемых групп равны, а разница в результатах носит случайный характер), а альтернативная (H_1) – о наличии различий, причем она может иметь вид:

а) $H_1 = z_1 > z_2$;

б) $H_1 = z_1 < z_2$; $H_1 = z_1 \neq z_2$,

где z_1 и z_2 – измеряемые параметры сравниваемых групп.

Если результаты эксперимента не согласуются с нулевой гипотезой, то она отклоняется, а принимается альтернативная, и наоборот.

Вследствие того что выборка является случайной, при принятии решения возможны ошибки (отклонение правильной (ошибка первого рода) или признание ложной (ошибка второго рода) гипотезы). Для того чтобы этого избежать применяют понятие «уровень значимости», или вероятность совершения ошибки первого рода. В практике психолого-педагогических исследований считается, что уровень значимости, равный 0,05, является низким; 0,01 – достаточным; а 0,001 – высшим. На практике это выглядит так, мы можем ошибиться в 5-ти, в 1-м и в 0,1 случаях из 100.

Затем исследователь выбирает статистический метод согласно целям работы, вычисляет эмпирическое значение по итогам к эксперименту, затем находит для выбранного метода критические значения согласно уровню значимости 0,05 и 0,01 и строит график с нанесенными на него табличных и экспериментальных значений. Итогом всего является выбор той или иной гипотезы.

Способы статистической обработки данных в педагогике и психологии

Если рассматривать естественные науки, то у них существуют свои стандартные величины (километр, килограмм, ампер, градус и т. д.). В педагогике в большинстве случаев используют измерительные шкалы. Американский психолог С. Стивенс выделяет 4 типа измерительных шкал: шкала наименований (номинативная), порядка (ранговая), интервалов и отношений.

При применении шкалы наименования какому-то свойству или явлению присваивается определенное обозначение или символ. Причем в этом случае происходит классификация объектов на непересекающиеся группы, их может быть две и более (например, при изучении половой структуры класса мальчиков кодируют цифрой 1, а девочек – 2; или при определении возрастной структуры каждому году рождения испытуемых присваивается свой код). К результатам работы по данной шкале возможно применить небольшое количество статистических методов (мода, критерий Макнамары, критерий χ^2 , угловой преобразование Фишера «ф» и коэффициент корреляции «ф»). Шкала является качественной, т. е. пользуясь ее данными, можно констатировать наличие группы людей с отличными друг от друга признаками, но нельзя сказать, какой из них значительнее, а какой слабее, какой лучше или хуже.

Шкала порядка формируется в процессе упорядочивания по рангам – от большего к меньшему и наоборот. Классический пример – школьные оценки: от 5 до 1 балла. Ранжировать можно как качественные (коммуникативные свойства личности), так и количественные признаки (интеллектуальные свойства испытуемого). Несмотря на простоту процедуры ранжирования, существуют свои правила и проверки правильности распределения: наименьшее числовое значение принимают за 1, максимальное – количеству ранжируемых величин (не рекомендуется ранжировать более 20 величин); сумма объективных рангов должна совпадать с расчетной и определяться по формуле:

$$\text{Сумма рангов} = 1 + 2 + 3 + \dots + N = \frac{N(N+1)}{2},$$

где N – количество ранжируемых признаков.

К допустимым статистическим методам применимых к данным полученных в ранговой шкале относят коэффициент корреляции Спирмена и Кэндалла, медиана и др.).

Шкалу интервалов применяют, когда с помощью некоторого критерия измеряют интервал между объектами в состоянии изучаемого свойства, т. е. устанавливают, на сколько единиц один объект больше другого. К особенностям ее можно отнести отсутствие абсолютного нуля, показательным примером может служить шкала Цельсия, где ноль – точка замерзания воды, 100 – точка кипения, и этот интервал поделен на 100 равных частей. В данном случае возможно применение практически всех статистических методов, за исключением тех, которые предполагают понятие об «истинно» нулевой точке.

Шкалу отношений применяют в естественных науках, где можно определить фиксированное положение нуля, которое означает полное отсутствие изучаемого признака. В педагогических исследованиях ее применяют при анализе времени выполнения задания, количество правильно данных ответов, сделанных ошибок и т. д. Следует отметить, что здесь применимы любые математические операции и статистические методы. Она более информативна и играет большую роль в анализе и обобщении полученных данных.

Определяющую роль в анализе психолого-педагогических явлений играют средние величины, представляющие собой обобщенную характеристику «однородной совокупности». При интерпретации результатов психолого-педагогического исследования применяют разные виды средних величин: средняя арифметическая, медиана, мода и др.

Средняя арифметическая применяется тогда, когда между определяющими величинами имеется пропорциональная зависимость и она представляет собой деление суммы на их число и вычисляется по формуле:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i n_i}{\sum_{i=1}^k n_i},$$

где x_i – варианты; n_i – частота вариантов; n – объем выборки; k – частота различных вариантов.

Медиана – это значение признака, которое разделяет генеральную совокупность на две равные части по числу элементов части. Медиана определяется как для порядковых, так и количественных признаков. Если количество вариантов в выборке нечетное, то медиана равна:

$$M_e = x_m,$$

где $m = (k + 1)/2$, где k – число вариантов.

Если величина разных вариантов четная, то медиана равна:

$$M_e = (x_m + x_{m+1})/2,$$

где $m = k/2$.

Мода представляет собой значение той или иной характеристики, которая чаще всего встречается в совокупности данных. Она соответствует классу с максимальной частотой.

Большое внимание в психолого-педагогических исследованиях уделяется расчету дисперсии и среднеквадратических отклонений. Дисперсия определяется как среднее арифметическое квадратов отклонения вариантов от их средних квадратов:

$$\sigma = \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 n_i / 2,$$

где \bar{x} – среднее арифметическое; n – объем выборки.

Среднее квадратическое отклонение – корень квадратный из дисперсии, определяет меру колебания численных значений признаков, из которых выводится средняя величина.

Множество измеряемых величин в психолого-педагогических исследованиях являются зависимыми. Мера такой взаимосвязи оценивается с помощью значения коэффициента корреляции (Пирсона, Спирмена и др.). Коэффициент корреляции Пирсона еще называют линейным, так как он показывает линейный характер связи между признаками. Мера коэффициента корреляции лежит в пределах от +1 до -1, если получается число большее или меньшее, то необходимо искать ошибку в расчетах.

Если коэффициент корреляции (r_{xy}) приближенно равен 1, то связь между переменными максимальна. Знак при вычислении r_{xy} важен, так как при положительном его значении большая величина одной переменной соответствует большая величина другой; а при отрицательном – увеличению одного показателя соответствует уменьшение показателя другой.

Формула подсчета коэффициента корреляции Пирсона такова:

$$r_{xy} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 (y_i - \bar{y})^2}},$$

где x_i – значения, применяемые переменной X ; y_i – значения, применяемые переменной Y ; \bar{x} – средняя по X ; \bar{y} – средняя по Y .

Для удобства расчетов применяют аналог этой формулы:

$$r_{xy} = \frac{\sum (x_i y_i) - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n}}{\sqrt{S_x S_y}},$$

где $r_{xy} = \frac{\sum (x_i y_i) - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n}}{\sqrt{S_x S_y}}$, и $S_y = \sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}$.

Коэффициент корреляции рангов Спирмена устанавливает связь между показателями, измеренными в ранговой шкале. Он определяет степень тесноты связи порядковых признаков, которые в свою очередь представляют собой ранги сравниваемых величин. Величина коэффициента корреляции Спирмена лежит в тех же пределах, что и величина коэффициент корреляции Пирсона. Рекомендуется ранжировать не более 20 признаков, таблица критических значений рангового коэффициента корреляции рассчитана лишь для сорока ранжируемых признаков.

Динамика уровня сформированности умений основывается на количественной обработке полученных данных по формуле поэлементарного анализа А.А. Кыверялга:

$$K_4 = a/n,$$

где K_4 – коэффициент уровня сформированности умения; a – количество правильно выполненных действий; n – общее умение действий, входящих в состав умений.

Коэффициент усвоения материала нормирован в следующих пределах: $0 \leq K_4 \leq 1$. Если $K_4 = 0,7$, то умение успешно сформировано, а при $K_4 < 0,7$, говорят о недостаточном ее развитии [Кыверялга, 1980].

Если необходимо проанализировать независимые выборки респондентов применяют критерии U Вилкоксона-Манна-Уитни. Критерии U Вилкоксона-Манна-Уитни применяют для оценки различий по числу входящих в них испытуемых, при этом для выборок одинакового объема применим критерий Вилкоксона, а для разного – критерии, разработанные Манном и Уитни. Работа с этим критерием удобна, когда число респондентов не превышает 20, хотя существуют расчеты критических значений для выборок в 60 человек.

Заключение

Это далеко не весь перечень основных способов статистической обработки данных педагогического исследования. Математическая статистика – мощный инструментальный в руках исследователя, который позволяет обобщать, анализировать, находить зависимости между экспериментальными данными, моделировать ситуации, а главное избегать логических и содержательных ошибок. Владение методами статистического исследования дает большие возможности анализа и обработки материалов в психолого-педагогических исследованиях.

Библиография

1. Беленчук Л.Н. Задачи и основные проблемы современных историко-педагогических исследований // Вестник ПСТГУ. Сер 4: Педагогика. Психология. 2013. № 29(2). С. 47-56.
2. Ботвинников А.Д. Организация и методика педагогических исследований. М.: Наука, 1981. 43 с.
3. Васин М.И. Разработка компьютерной тестовой системы (CTS) // Вестник Таганрогского института имени А.П. Чехова. 2008. № 1. С. 155-159.
4. Везиров Т.Г., Смирнова О.О. Научная объективность репрезентативности педагогических измерений в контексте сельской школы // Контекст и рефлексия: философия о мире и человеке. 2016. № 3. С. 138-147.
5. Грабарь М.И., Краснянская К.А. Применение математической статистики в педагогических исследованиях. Непараметрические методы. М.: Педагогика, 1977. 136 с.
6. Гуртовая Н.С., Гуртовая Ю.Д. Проблематика применения статистических методов в специальной педагогике и психологии // Концепт. 2015. № 8. С. 176-180.
7. Демьянков Е.Н. Статистические закономерности в изучении биологии в школе // Проблемы и перспективы применения количественных методов в естествознании. Орел: ОГУ, 2008.
8. Ермолаев О.Ю. Математическая статистика для психологов. М.: Флинта, 2004. 336 с.
9. Журавлев В.И. (ред.) Введение в научное исследование по педагогике. М.: Просвещение, 1988. 237 с.

10. Кузнецов В.В. Превентивная педагогика: теория и практика // Вестник ОГУ. 2014. № 2(163). С. 125-130.
11. Кыверялг А.А. Методы исследования в профессиональной педагогике. Таллин: Валгус, 1980. 335 с.
12. Новиков Д.А. Статистические методы в педагогических исследованиях (типовые случаи). М.: Мз-Пресс. 2004. 67 с.
13. Остапенко Р.И. О корректности применения количественных методов в психолого-педагогических исследованиях // Психологическая наука и образование. 2013. № 3. С. 63-67.
14. Савченко С.Е., Тюремских И.С. Вероятностные и статистические методы в биологии. Белгород: Белаудит, 2002. 172 с.
15. Смирнова О.О. Философские аспекты верификации педагогических гипотез в рамках дихотомии «Город-Село» // Контекст и рефлексия: философия о мире и человеке. 2016. № 4. С. 163-171.

Application of mathematical statistics in the analysis of results of psychological and pedagogical research

Tat'yana V. Fedyaeva

PhD in Pedagogy,
Orel State University named after I.S. Turgenev,
302026, 95 Komsomol'skaya st., Orel, Russian Federation;
e-mail: fedyaevatv-orel@mail.ru

Evgenii N. Dem'yankov

PhD in Pedagogy, Professor,
Orel State University named after I.S. Turgenev,
302026, 95 Komsomol'skaya st., Orel, Russian Federation;
e-mail: kaf_botany@univ-orel.ru

Timur G. Vezirov

Doctor of Pedagogy, Professor,
Department of methods of teaching mathematics and computer science,
Dagestan State Pedagogical University,
367003, 57 Yaragskogo st., Makhachkala, Republic of Dagestan, Russian Federation;
e-mail: timur.60@mail.ru

Abstract

Psychological and pedagogical research experimenters are often faced with a large amount of experimental data. The obtained characteristics require a competent and effective interpretation. Theoretical studies in psychology and pedagogy are often supported by quantitative characteristics. Statistics, a quantitative characteristic of a phenomenon, helps here greatly. Introduction of quantitative characteristics makes it possible to obtain objective data on the results of the research. The article deals with mathematical methods of processing experimental data of psychological and pedagogical research, which are proven in Russian pedagogical practice. A number of methods of statistical processing of the results (Grabar, Krasnyanskaya, Itelson et al.) are widely used by Russian researchers. In this article the authors evaluate differences of techniques and methods of data processing, their correlation analysis. The authors also give theoretical information and formulas for the calculation of common tasks. Mathematical statistics is a powerful tool in the hands of researchers. It allows to compile, analyze, find the relationship between experimental data, model the situation, predict and avoid logical and substantive errors. The authors of the article come to the conclusion that possession of methods of statistical research provides great opportunities for analysis and processing of materials in psychological and pedagogical research.

For citation

Fedyayeva T.V., Dem'yankov E.N., Vezirov T.G. (2016) *Primenenie matematicheskoi statistiki v obrabotke rezul'tatov psikhologo-pedagogicheskogo issledovaniya* [Application of mathematical statistics in the analysis of results of psychological and pedagogical research]. *Pedagogicheskii zhurnal* [Pedagogical Journal], 6 (6A), pp. 244-253.

Keywords

Educational research, null and alternative hypothesis, Pearson criterion, Spearman criterion, Kyveryalga's technique of elementary analysis.

References

1. Belenchuk L.N. (2013) *Zadachi i osnovnye problemy sovremennykh istoriko-pedagogicheskikh issledovaniy* [Objectives and main problems of modern historical-educational research]. *Vestnik PSTGU. Ser 4: Pedagogika. Psikhologiya* [Vestnik of PSTGU. Series 4: Pedagogy. Psychology], 29 (2), pp. 47-56.
2. Botvinnikov A.D. (1981) *Organizatsiya i metodika pedagogicheskikh issledovaniy* [Organization and methodology of educational research]. Moscow: Nauka Publ.
3. Dem'yankov E.N. (2008) *Statisticheskie zakonomernosti v izuchenii biologii v shkole* [Statistical patterns in the study of biology at school]. *Problemy i perspektivy primeneniya koly-*

- chestvennykh metodov v estestvoznanii* [Problems and prospects of application of quantitative methods in the natural sciences]. Orel: Orel State University.
4. Ermolaev O.Yu. (2004) *Matematicheskaya statistika dlya psikhologov* [Mathematical statistics for psychologists]. Moscow: Flinta Publ.
 5. Grabar' M.I., Krasnyanskaya K.A. (1977) *Primenenie matematicheskoi statistiki v pedagogicheskikh issledovaniyakh. Neparаметricheskie metody* [Application of mathematical statistics in pedagogical research. Non-parametric methods]. Moscow: Pedagogika Publ.
 6. Gurtovaya N.S., Gurtovaya Yu.D. (2015) Problematika primeneniya statisticheskikh metodov v spetsial'noi pedagogike i psikhologii [The issue of the use of statistical methods in special education and psychology]. *Kontsept* [Concept], 8, pp. 176-180.
 7. Kuznetsov V.V. (2014) Preventivnaya pedagogika: teoriya i praktika [Preventive pedagogy: theory and practice]. *Vestnik OGU* [Vestnik of Orel State University], 2 (163), pp. 125-130.
 8. Kyveryalg A.A. (1980) *Metody issledovaniya v professional'noi pedagogike* [Research methods in professional pedagogy]. Tallin: Valgus Publ.
 9. Novikov D.A. (2004) *Statisticheskie metody v pedagogicheskikh issledovaniyakh (tipovye sluchai)* [Statistical methods in educational research (typical cases)]. Moscow: Mz-Press Publ.
 10. Ostapenko R.I. (2013) O korrektnosti primeneniya kolichestvennykh metodov v psikhologo-pedagogicheskikh issledovaniyakh [On the correctness of the application of quantitative methods in psychological and pedagogical research]. *Psikhologicheskaya nauka i obrazovanie* [Psychological science and education], 3, pp. 63-67.
 11. Savchenko S.E., Tyuremskikh I.S. (2002) *Veroyatnostnye i statisticheskie metody v biologii* [Probabilistic and statistical methods in biology]. Belgorod: Belauadit Publ.
 12. Smirnova O.O. (2016) Filosofskie aspekty verifikatsii pedagogicheskikh gipotez v ramkakh dikhotomii "Gorod-Selo" [Philosophical aspects of verification of pedagogical hypotheses within the dichotomy "city-village"]. *Kontekst i refleksiya: filosofiya o mire i cheloveke* [Context and reflection: Philosophy of the World and Human Being], 4, pp. 163-171.
 13. Vasin M.I. (2008) Razrabotka komp'yuternoi testovoi sistemy (CTS) [Development of a computer test system (CTS)]. *Vestnik Taganrogs'kogo instituta imeni A.P. Chekhova* [Herald of Taganrog Institute named after A.P. Chekhov], 1, pp. 155-159.
 14. Vezirov T.G., Smirnova O.O. (2016) Nauchnaya ob'ektivnost' reprezentativnosti pedagogicheskikh izmerenii v kontekste sel'skoi shkoly [Scientific objectivity of pedagogical measurements representativeness in the context of a rural school]. *Kontekst i refleksiya: filosofiya o mire i cheloveke* [Context and reflection: Philosophy of the World and Human Being], 3, pp. 138-147.
 15. Zhuravlev V.I. (ed.) (1988) *Vvedenie v nauchnoe issledovanie po pedagogike* [Introduction to the scientific study of pedagogy]. Moscow: Prosveshchenie Publ.