УДК 33 DOI: 10.34670/AR.2023.21.29.003

Модели технологического обновления производства

Губарева Елена Алексеевна

Кандидат физико-математических наук, доцент,
Государственный университет управления,
109542, Российская Федерация, Москва, Рязанский пр., 99;
e-mail: gubel@inbox.ru

Аннотация

Развитие количественных методов анализа инновационных процессов связано с построением математических моделей, как статических, так и динамических. В последних динамика исследуемых переменных задается дифференциальными уравнениями или системами этих уравнений. В данной работе представлены результаты исследований, связанных с задачей построения моделей перехода производства на новые технологии. Построение таких моделей позволяет показать, что может препятствовать немедленному использованию новой информации в производстве, тормозить переход его на новые технологии, когда они уже известны. Приводятся примеры построения различных моделей в зависимости от рассматриваемого сценария и поставленной цели. В модели, в которой будет рассматриваться такой экономический показатель, как прибыль, отражен объем инвестиционных ресурсов в зависимости от накопленных к этому моменту доходов. На основании проведенных исследований можно сделать следующие выводы: обоснование решения о переходе на новые технологии зависит от выбранного критерия эффективности; чем позднее становится известно о новой технологии, тем большие инвестиции потребуются для перехода на ее использование; для решения оптимизационных задач требуется использование методов решения различных оптимизационных задач и задач оптимального управления; изучение различных стратегий перехода на новые технологии можно получить, используя компьютерные расчеты.

Для цитирования в научных исследованиях

Губарева Е.А. Модели технологического обновления производства // Экономика: вчера, сегодня, завтра. 2023. Том 13. № 3А. С. 37-46. DOI: 10.34670/AR.2023.21.29.003

Ключевые слова

Динамические модели, технологическое обновление производства, инвестиции, прибыль, потребление, оптимизационная задача.

Введение

В работе рассмотрим некоторые вопросы, связанные с построением моделей перехода производства на новые технологии. Одна из таких моделей (модель технологического обновления производства) была представлена в работе Дементьева [Дементьев, 2011] на примере степенной функции дохода. Наряду с методологической значимостью этой модели, она все же носит достаточно частный характер. Если изменить некоторые гипотезы этой модели, а также использовать дополнительные условия развития сценария, то можно получить более адекватные модели.

Основная часть

Например, в работе [Губарева, 2012] модель технологического обновления производства построена для произвольной возрастающей функции дохода, и рассмотрены различные временные промежутки функционирования предприятия.

Основной вопрос, который рассматривается во всех этих моделях, состоит в следующем. Если в момент времени $t=0$ осуществляются инвестиции x_1 в активы, срок службы которых составляет T_1, а к моменту $t=\tau \ (\tau<T_1)$ появляется новая технология производства этой продукции, возможно, более эффективная, то встает вопрос: что делать? На сколько разумно забросить старую технологию и перейти на новую?

Понятно, что если встает вопрос об инвестировании новых активов, срок службы которых составляет T_2, то предварительно надо исследовать эффективность замены старой технологии новой в момент времени $t=\tau \ (\tau<T)$. Замена будет эффективной, если выгода, которая будет получена в результате инвестиций x_2 в новые активы, превысит потери от сокращения сроков функционирования используемых активов.

Формализация этих условий позволяет построить различные варианты математической модели, как статические, так и динамические.

Для построения статической модели предполагаем, что в момент времени $t=0$ осуществляются инвестиции x_1 в активы, срок службы которых составляет T_1. За срок t в рамках периода $[0,\ T_1]$ кумулятивный объем погашения вложенных средств составляет

$$x_{1t}=x_1\left(\frac{t}{T_1}\right).$$

Кумулятивный доход, который будет получен за счет использования этих активов составляет

$$y_{1t}=f_1(x_1,t)$$

$$(y_{10}=f_1(x_1,0)=0,\ y_{1T}=f_1(x_1,T_1)=F_1(x_1)).$$

Оптимальный объем инвестиций в момент $t=0$, позволяющий получить максимально возможную прибыль за период времени $[0,\ T_1]$, можно определить, решив оптимизационную задачу

$$F_1(x_1) - x_1 \to \max. \quad (1)$$

То есть, оптимальный объем инвестиций $x_1 = x_1^*$ находится из уравнения

$$F_1'(x_1) - 1 = 0.$$

При использовании инвестиций в объеме $x_1 = x_1^*$ доход от эксплуатации созданных в результате этих инвестиций активов за срок их службы составит $F_1(x_1^*)$.

Новая технология (более эффективная) производства этой продукции становится известна в момент $t = \tau \ (\tau < T_1)$. Если x_2 инвестиции в новые активы, срок службы которых составляет T_2, то за время t, в рамках периода $[\tau,\ \tau + T_2]$, доход от использования этих новых активов составит

$$y_{2t} = f_2(x_2, t - \tau)$$

($y_{2\,T_2+\tau} = f_2(x_2, T_2) = F_2(x_2)$, $y_{2\tau} = f_2(x_2, 0) = 0$).

Критерием обоснованности перехода в момент $t = \tau \ (\tau < T_1)$ на новую технологию естественно принять следующее условие: прибыль полученная в результате инвестиций x_2 в новые активы должна быть больше потерь связанных с сокращением сроков использования уже имеющихся активов.

В результате анализа этих моделей получены соотношения, которые характеризуют инновационные условия, при которых смена основных капитальных фондов в момент времени $t = \tau \ (\tau < T_1)$ будет оправдана. В частности, условие перехода на новую технологию для модели, рассматривающей период времени $[0,\ T_1]$ можно записать следующим образом:

$$F_1(x_1^*) \le f_2(x_2, T_1 - \tau) - x_2^*$$

где x_2^* – оптимальный объем инвестиций в новые активы.

Для изучения вопроса о переходе производства на новые технологии может быть рассмотрена модель, которая будет учитывать амортизационные и инвестиционные процессы, то есть рассмотрим процесс в динамике. В этом случае вместо статической модели получим динамическую модель [Губарева, 2022], в основе которой лежат следующие гипотезы.

1) Продукция в объеме x производится с использованием основных производственных фондов K (ОПФ), причем

$$K = \alpha x,$$

где α - коэффициент капиталоемкости.

2) Динамика ОПФ классически определяется [Лебедев, 2002, 2011; Интриллигатор, 1975; Дыхта, 1998] дифференциальным уравнением

$$\frac{dK}{dt} = I - \mu K, \quad (1)$$

где μ – коэффициент амортизации (выбытия ОПФ), I – объем инвестиций. Технологические параметры μ, α для данной технологии производства – величины постоянные и положительные. Значения технологических параметров для разных технологий обычно разные.

3) В момент времени τ, $\tau \in (0; T)$ становится доступной новая технология выпуска этой продукции, которой соответствуют новые значения технологических параметров: μ_1 - коэффициент амортизации, α_1 - коэффициент капиталоемкости и которая требует инвестиций в размере I_1.

В соответствии с гипотезами 1) и 2) процесс наращивания производства может быть описан дифференциальным уравнением

$$\frac{dx}{dt} = \frac{I}{\alpha} - \mu x. \quad (2)$$

Решая дифференциальное уравнение (2) с учетом того, что в начальный момент времени выпуск равен нулю ($x(0) = 0$), получаем решение $x(t)$:

$$x(t) = \frac{I}{\alpha\mu}(1 - e^{-\mu t}).$$

Если ввести обозначение $\gamma = \frac{I}{\alpha\mu}$, то решение можно записать в виде

$$x(t) = \gamma(1 - e^{-\mu t}). \quad (3)$$

Зависимость объема выпускаемой продукции от времени – возрастающая ограниченная функция с правосторонней горизонтальной асимптотой $x = \gamma$ ($x = \frac{I}{\alpha\mu}$).

Решение дифференциального уравнения (2) с начальным условием $x(\tau) = 0$ для $\mu = \mu_1$, $\alpha = \alpha_1$ будет иметь вид

$$x_1(t) = \gamma_1(1 - e^{-\mu_1(t-\tau)}), \quad (4)$$

где $\gamma_1 = \frac{I_1}{\alpha_1\mu_1}$.

Цель – принять решение о возможности перехода на новую технологию в момент времени τ. Ответ на этот вопрос зависит от принятого критерия оценки эффективности перехода на новую технологию. Можно принять за критерий условие

$$x_1(T) > x(T), \quad (5)$$

которое означает, что к моменту времени T объем продукции, произведенной по новой технологии, должен превзойти запланированный объем продукции, произведенной на старом оборудовании. В этом случае получаем неравенство:

$$\gamma_1(1 - e^{-\mu_1(T-\tau)}) > \gamma(1 - e^{-\mu T}),$$

которое равносильно неравенству

$$\ln(1-\frac{\gamma}{\gamma_1}(1-e^{-\mu T}))>-\mu_1(T-\tau).$$

Таким образом, значение τ, обеспечивающее рассматриваемую эффективность перехода на новую технологию, должно удовлетворять условию:

$$\tau<T+\frac{1}{\mu_1}\ln\left(1-\frac{\gamma}{\gamma_1}(1-e^{-\mu T})\right). \quad (6)$$

Однако, для малой величины $\frac{\gamma}{\gamma_1}(1-e^{-\mu T})$ имеем:

$$\ln(1-\frac{\gamma}{\gamma_1}(1-e^{-\mu T}))\approx-\frac{\gamma}{\gamma_1}(1-e^{-\mu T}),$$

а значит, в линейном приближении:

$$\frac{\gamma}{\gamma_1}(1-e^{-\mu T})<\mu_1(T-\tau).$$

То есть получаем (в старых обозначениях), что время перехода на новые технологии должно удовлетворять неравенству

$$\frac{I\alpha_1}{I_1\alpha\mu}(1-e^{-\mu T})<(T-\tau) \;\Leftrightarrow\; \tau<T-\frac{I\alpha_1}{I_1\alpha\mu}(1-e^{-\mu T})$$

или

$$\frac{\tau}{T}<1-\frac{I\alpha_1}{I_1\alpha\mu T}(1-e^{-\mu T}).$$

Если величина μT также мала, то неравенство

$$\frac{\tau}{T}<1-\frac{I\alpha_1}{I_1\alpha} \quad (6^*)$$

будет определять время перехода на новую технологию.

Так как производство рассматривается на промежутке времени $[0;T]$, то и для определения эффективности перехода более естественно рассматривать объем продукции, произведенной за весь период времени.

Кумулятивный объем выпуска, который предполагается получить на используемом оборудовании за период времени T соответствует определенному интегралу $\int_0^T x(t)dt$, который равен

$$\int_0^T x(t)dt=\gamma\int_0^T(1-e^{-\mu t})dt=\gamma\left(t+\frac{1}{\mu}e^{-\mu t}\right)\Bigg|_0^T=\gamma\left(T+\frac{1}{\mu}\left(e^{-\mu T}-1\right)\right).$$

Кумулятивный объем выпуска, который при этом ожидается получить за период времени $[\tau;T]$ на новом оборудовании, определяется как определенный интеграл $\int_\tau^T x_1(t)dt$:

$$\int_{\tau}^{T} x_1(t)dt = \gamma_1 \int_{\tau}^{T} (1 - e^{-\mu_1(t-\tau)})dt = \gamma_1 \left(t + \frac{e^{-\mu_1(t-\tau)}}{\mu_1} \right)\Bigg|_{\tau}^{T} = \gamma_1 \left(T - \tau + \frac{1}{\mu_1}\left(e^{-\mu_1(T-\tau)} - 1\right) \right).$$

Так как за критерий эффективности перехода принято условие превышения суммарного выпуска продукции, то должно выполняться условие

$$\int_{0}^{T} x(t)dt < \int_{0}^{\tau} x(t)dt + \int_{\tau}^{T} x_1(t)dt \iff$$

$$\iff \int_{\tau}^{T} x(t)dt < \int_{\tau}^{T} x_1(t)dt. \quad (7)$$

Последнее неравенство означает, что за период $[\tau; T]$ объем продукции, произведенной по новой технологии, должен превышать объем продукции, произведенной по имеющейся технологии. Стоит заметить, что выполнение условия (5) не гарантирует выполнения условия (7).

Из неравенства (7) следует, что τ должно удовлетворять неравенству:

$$\gamma\left(T-\tau\right)+\frac{\gamma}{\mu}\left(e^{-\mu T}-e^{-\mu\tau}\right)<\gamma_1\left(T-\tau\right)+\frac{\gamma_1}{\mu_1}\left(e^{-\mu_1(T-\tau)}-1\right). \quad (8)$$

Важно отметить, что для всех рассмотренных вариантов динамической модели технологического обновления производства, согласно неравенствам (6), (6^*) и (8), существенным является тот факт, что существует критическое значение $\tau = \tau^*$. То есть, если о новой технологии становится известно в момент времени $\tau > \tau^*$, то нет никаких оснований перехода к ее использованию. Обращаем внимание, что $\tau^* < T$ всегда, если рассматривается условие перехода (5). Если же рассматривается условие (7), то $\tau^* \in [0;T]$ только тогда, когда

$$\frac{I_1}{\alpha_1\mu_1}\left(T+\frac{1}{\mu_1}\left(e^{-\mu_1 T}-1\right)\right)>\frac{I}{\alpha\mu}\left(T+\frac{1}{\mu}\left(e^{-\mu T}-1\right)\right).$$

Из неравенств (6), (6^*) и (8) так же видно, что увеличение объема инвестиций в новую технологию позволит увеличить значение τ^* – критического момента времени. Так, из неравенства (6^*) видно, что чем меньше будет отношение коэффициента капиталоемкости к величине инвестиций для новой технологии, тем шире будет интервал времени $(0; \tau^*)$, когда переход на новые технологии будет оправдан полученной выгодой. Так же видно, что чем раньше становится известна новая технология, тем большая выгода получается за счет перехода к ее использованию.

То есть возможность перехода к новым технологиям требует достаточно больших средств, чтобы создаваемые мощности не уступали заменяемым. Однако, в рассмотренных выше моделях не отражается вопрос доступности инвестиционных ресурсов.

Ниже будет рассмотрена динамическая модель, в которой будет рассмотрен такой экономический показатель, как прибыль. Это позволит отразить доступный объем инвестиционных ресурсов в зависимости от накопленных к этому моменту доходов и от возможности использования заемных средств. Для построения этой модели дополним гипотезы 1), 2) и 3):

4) Весь товар продается на рынке по постоянной цене p.

5) Известна функция полных издержек $C = C(x)$. Чаще [Лебедев, 2002, 2011; Интриллигатор, 1975] это квадратичная функция с положительными коэффициентами

$$C(x) = Ax^2 + Bx + f.$$

6) Полученная прибыль $\pi(t)$ используется для инвестиций в производство I и для потребления H:

$$\pi(t) = I(t) + H(t). \quad (9)$$

Гипотезы 1, 2 и 6 позволяют получить описывающее модель дифференциальное уравнение:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dK}{\alpha dt} = \frac{I(t) - \mu K}{\alpha},$$

то есть

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{\alpha}\left(\pi(t) - H(t) - \mu\alpha x\right).$$

Как известно, интересы текущего потребления $H(t)$ сталкиваются с интересами обеспечения будущего потребления, который зависит от текущих капиталовложений. Более высокий текущий уровень потребления кажется предпочтительнее более низкого, но более высокий уровень потребления означает (в силу равенства (9)) меньшие инвестиции, а, значит, уменьшение объема выпуска в будущем и, как следствие, понижение возможного уровня потребления в будущем [Интриллигатор, 1975; Дыхта, 1998]. Для устранения этого противоречия будем рассматривать совокупное потребление за весь промежуток времени с целью его максимизации [Дыхта, 1998]:

$$\int_0^T H(t)dt \to \max. \quad (10)$$

7) Инвестиции ($I(t) = const = I^*$) выбираем таким образом, чтобы обеспечить выполнение условия (10). Для этого необходимо решить следующую задачу оптимизации:

$$\int_0^T (px(t) - C(x(t)) - I)dt \to \max$$

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{I}{\alpha} - \mu x, \\ x(0) = 0. \end{cases}$$

Тогда процесс наращивания производства будет описываться дифференциальным уравнением первого порядка

$$\frac{dx}{dt} = \frac{I^*}{\alpha} - \mu x$$

с начальным условием $x(0) = 0$.

Если в момент времени τ становится известна новая технология выпуска той же продукции, то для новых технологических коэффициентов необходимо снова решить оптимизационную задачу

$$\int_{\tau}^{T} (p_1 x_1(t) - C_1(x_1(t)) - I_1) dt \to \max$$

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = \dfrac{I_1}{\alpha_1} - \mu_1 x_1, \\ x_1(\tau) = 0. \end{cases}$$

и определить объем инвестиций $I_1(t) = const = I^{**}$ для нового этапа производства, который будет описан дифференциальным уравнением

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{I^{**}}{\alpha_1} - \mu_1 x_1.$$

Переход на новые технологии в момент времени τ будет эффективным, если выполняется неравенство

$$\frac{I^*}{\alpha\mu}\left(T - \tau + \frac{1}{\mu}\left(e^{-\mu T} - e^{-\mu\tau}\right)\right) < \frac{I^{**}}{\alpha_1\mu_1}\left(T - \tau + \frac{1}{\mu_1}\left(e^{-\mu_1(T-\tau)} - 1\right)\right) \quad (11)$$

Здесь за критерий эффективности перехода принято условие (7), увеличение суммарного выпуска продукции за весь период времени $[0; T]$.

Соотношение (11) демонстрирует тот факт, что недостаточный объем инвестиций I^{**} может полностью исключить возможность перехода на новую технологию в период времени $[0; T]$. Так как построенная модель не рассматривает возможность привлечения заемных средств, то увеличение объема I^{**}, согласно равенству (9), приведет к уменьшению потребления. Последнее может привести к потерям в суммарном потреблении:

$$\int_{\tau}^{T} H(t)dt > \int_{\tau}^{T} H_1(t)dt.$$

Если встать на точку зрения собственников и работников фирмы, то для промежутка планирования $[0; T]$ оптимальная стратегия должна находиться из условия

$$\int_{0}^{T} H(t)dt < \int_{0}^{\tau} H(t)dt + \int_{\tau}^{T} H_1(t)dt.$$

Выполнение же последнего может противоречить условию (11).

Аналогичные соотношения можно получить для случая, когда в модели поменять гипотезу 7) и рассматривать инвестиции в динамике, а именно $I(t) = s\pi(t)$, $s = const,\ 0 < s < 1$. Надо отметить, что оба варианта динамической модели исключают привлечение заемных средств.

Заключение

На основании проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

– обоснование решения о переходе на новые технологии зависит от выбранного критерия эффективности;
– чем позднее становится известно о новой технологии, тем большие инвестиции потребуются для перехода на ее использование;

– для решения оптимизационных задач требуется использование методов решения различных оптимизационных задач и задач оптимального управления [Алексеев, 1979];
– изучение различных стратегий перехода на новые технологии можно получить, используя компьютерные расчеты.

Библиография

1. Алексеев В.М. Оптимальное управление. М.: Наука, 1979. 429 с.
2. Губарева Е.А. Модель технологического обновления производства // Восьмые Курдюмовские чтения «Синергетика в естественных науках. Тверь, 2012. URL: https://spkurdyumov.ru/library/
3. Губарева Е.А. Непрерывная модель технологического обновления производства // Труды Международной научно-практической конференции. Симферополь, 2022. С. 226-228.
4. Губарева Е.А. Статическая модель технологического обновления производства // Финансовые рынки и инвестиционные процессы. Симферополь, 2017. 248 с.
5. Дементьев В.Е. Инвестиционные условия инновационной паузы // Материалы научной конференции памяти академика Д.С. Львова. М., 2011. URL: http://www.cemi-ras.ru/publication/articles/index.php?ELEMENT_ID=7226
6. Дыхта В.А. Оптимальное управление в экономике. Иркутск, 1998. 115 с.
7. Интриллигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. М.: Прогресс, 1975. 600 с.
8. Лебедев В.В. Математическое и компьютерное моделирование экономики. М.: НВТ-Дизайн, 2002. 256 с.
9. Лебедев В.В. Математическое моделирование нестационарных экономических процессов. М.: еТест, 2011. 336 с.

Models of technological upgrade of production

Elena A. Gubareva

PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor,
State University of Management,
109542, 99, Ryazanskii ave., Moscow, Russian Federation;
e-mail: gubel@inbox.ru

Abstract

The development of quantitative methods for analyzing innovation processes is associated with the construction of mathematical models, both static and dynamic. In the latter, the dynamics of the variables under study is given by differential equations or systems of these equations. This paper presents the results of research related to the task of constructing models for the transition of production to new technologies. The construction of such models allows us to show what can prevent the immediate use of new information in production, slow down its transition to new technologies when they are already known. Examples of building various models depending on the scenario under consideration and the goal set are given. The model, which will consider such an economic indicator as profit, reflects the amount of investment resources, depending on the income accumulated up to this point. On the basis of the conducted studies, the following conclusions can be drawn: the rationale for the decision to switch to new technologies depends on the chosen efficiency criterion; the later a new technology becomes known, the more investment will be required to switch to its use; solving optimization problems requires the use of methods for solving various optimization problems and optimal control problems; study of various strategies for transition to new technologies can be obtained using computer calculations.

For citation

Gubareva E.A. (2023) Modeli tekhnologicheskogo obnovleniya proizvodstva [Models of technological upgrade of production]. *Ekonomika: vchera, segodnya, zavtra* [Economics: Yesterday, Today and Tomorrow], 13 (3A), pp. 37-46. DOI: 10.34670/AR.2023.21.29.003

Keywords

Dynamic models, technological renewal of production, investment, profit, consumption, optimization problem.

References

1. Alekseev V.M. (1979) *Optimal'noe upravlenie* [Optimal managament]. Moscow: Nauka Publ.
2. Dement'ev V.E. (2011) Investitsionnye usloviya innovatsionnoi pauzy [Investment conditions of the innovation pause]. In: *Materialy nauchnoi konferentsii pamyati akademika D.S. L'vova* [Proceedings of the scientific conference in memory of Academician D.S. Lvov]. Moscow. Available at: http://www.cemi-ras.ru/publication/articles/index.php?ELEMENT_ID=7226 [Accessed 02/02/2022]
3. Dykhta V.A. (1998) *Optimal'noe upravlenie v ekonomike* [Optimal management in the economy]. Irkutsk.
4. Gubareva E.A. (2012) Model' tekhnologicheskogo obnovleniya proizvodstva [Model of technological renewal of production]. In: *Vos'mye Kurdyumovskie chteniya «Sinergetika v estestvennykh naukakh* [Eighth Kurdyum Readings: Synergetics in natural sciences]. Tver. Available at: https://spkurdyumov.ru/library/ [Accessed 02/02/2022]
5. Gubareva E.A. (2022) Nepreryvnaya model' tekhnologicheskogo obnovleniya proizvodstva [Continuous model of technological renewal of production]. In: *Trudy Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii* [Proceedings of the International Scientific and Practical Conference]. Simferopol.
6. Gubareva E.A. (2017) Staticheskaya model' tekhnologicheskogo obnovleniya proizvodstva [Static model of technological renewal of production]. In: *Finansovye rynki i investitsionnye protsessy* [Financial markets and investment processes]. Simferopol.
7. Intrilligator M. (1975) *Matematicheskie metody optimizatsii i ekonomicheskaya teoriya* [Mathematical methods of optimization and economic theory]. Moscow: Progress Publ.
8. Lebedev V.V. (2002) *Matematicheskoe i komp'yuternoe modelirovanie ekonomiki* [Mathematical and computer modeling of the economy]. Moscow: NVT-Dizain Publ.
9. Lebedev V.V. (2011) *Matematicheskoe modelirovanie nestatsionarnykh ekonomicheskikh protsessov* [Mathematical modeling of non-stationary economic processes]. Moscow: eTest Publ.