

УДК 33

DOI: 10.34670/AR.2022.84.35.037

## Эволюция моделей экономического роста на примере единой теории роста О. Галора и Д. Уайла

**Селезнев Алексей Игоревич**

Ассистент,  
кафедра общей экономической теории,  
Московская школа экономики (факультет),  
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,  
119991, Российская Федерация, Москва, Ленинские горы, 1;  
e-mail: a.seleznev7@yandex.ru

### Аннотация

Модели экономического роста активно стали разрабатываться во второй половине XX века. За прошедшее время сменилось два класса таких моделей – экзогенного и эндогенного экономического роста. Но, несмотря на смену классов, в развитии теорий экономического роста прослеживается определенная эволюция научной мысли. В данной статье отражен пример подобной трансформации с помощью анализа теории единого роста О. Галора и Д. Уайла. Будучи разработанной в 2000-х годах, она относится к попыткам создать единую модель экономического развития за всю историю человечества. В данной статье показаны связи теории единого роста О. Галора и Д. Уайла с известными моделями экономического роста Р. Солоу, П. Самуэльсона, П. Даймонда и т.д. Как показано в настоящей статье, даже в современных теориях экономического роста используются механизмы самых первых моделей – в частности, представлено использование в единой теории роста элементов из более ранних моделей. Вполне вероятно, что только комбинируя элементы более простых моделей возможно создать универсальную модель для комплексного моделирования экономического роста в разные эпохи.

### Для цитирования в научных исследованиях

Селезнев А.И. Эволюция моделей экономического роста на примере единой теории роста О. Галора и Д. Уайла // Экономика: вчера, сегодня, завтра. 2022. Том 12. № 4А. С. 447-452. DOI: 10.34670/AR.2022.84.35.037

### Ключевые слова

Экономический рост, модель экзогенного роста, модель эндогенного роста, теория единого экономического роста, человеческий капитал, перекрывающиеся (пересекающиеся) поколения.

## Введение

Моделирование экономического роста с использованием продвинутого математического инструментария активно развивается приблизительно с середины прошлого столетия. За это время исследователи разработали довольно много моделей двух основных типов – сначала экзогенного и затем эндогенного экономического роста. Отметим, что «модели экзогенного роста рассматривают развитие как результат действия внешних сил (их не моделируют, а берут заданными, к примеру, в модели роста Рамсея [Koortmans, 1963] одним из таких факторов является норма сбережений); модели эндогенного роста, наоборот, построены на том принципе, что развитие определяется внутренними переменными модели» [Селезнев, 2022]. В настоящее время интерес представляет появление универсальных моделей, которые способны объяснить экономическое развитие на разных этапах развития общества и экономики. Одну из таких моделей – единую теорию роста – разработали О. Галор и Д. Уайл.

В настоящей статье показано, что моделирование экономического роста представляет собой определенную эволюцию – новые модели так или иначе используют отдельные механизмы более ранних. Показать, что именно модель О. Галора и Д. Уайла основывается на многих известных моделях экономического роста прошлых лет, представляется еще интересным и потому, что она претендует на создание нового подкласса моделей – универсальных, способных описать развитие в разные эпохи и в разных странах.

## Основная часть

Для сравнения с более ранними моделями были изучены следующие механизмы единой теории роста:

- способ учета эффективности производства (переменная, применяемая (в различных вариантах) во многих моделях экономического роста),
- использование перекрывающихся поколений (один из важнейших механизмов в модели О. Галора и Д. Уайла),
- использование человеческого капитала (один из важнейших факторов в модели О. Галора и Д. Уайла),
- моделирование численности населения (переменная, применяемая во многих моделях экономического роста).

*Эффективность производства.* Эффективность производства в моделях роста традиционно обозначается через переменную  $A$  в производственной функции. Еще в модели Солоу [Solow, 1956] 1956 года использовалось произведение эффективности и труда ( $AL$ ), которое определялось как эффективный труд. С его помощью объяснялась зависимость уровня выпуска от уровня развития технологий. Но и в модели О. Галора и Д. Уайла подобным образом объясняется влияние прогресса на выпуск. Разными авторами используются различные производственные факторы (труд, земля, капитал) для создания взаимосвязи между уровнем развития технологий ( $A$ ) и уровнем производства ( $Y$ ). В единой теории роста О. Галора и Д. Уайла переменная  $A$  связано с переменной  $X$  (количеством располагаемых ресурсов), произведение этих переменных авторы называют эффективными ресурсами ( $AX$ ). Ниже представлена производственная функция единой теории роста:

$$Y_t = H_t^\alpha (A_t X)^{1-\alpha}$$

(где  $H$  – уровень человеческого капитала,  $\alpha$  – параметр)

Отсюда можно получить уровень выпуска на одного работника:

$$y_t = h_t^\alpha x_t^{1-\alpha}$$

(где  $h$  – уровень человеческого капитала на 1 чел.,  $\alpha$  – параметр)

Таким образом, в единой теории роста авторы используют вариацию классического механизма учета эффективности производства.

*Пересекающиеся (перекрывающиеся) поколения.* Использование механизма перекрывающихся поколений позволяет простым способом усложнить общество экономических индивидов, используемого в моделях и создать как минимум 2 режима их поведения. Индивиды в модели О. Галора и Д. Уайла живут 2 периода. В каждом периоде рождается новое поколение индивидов, таким образом в модели одновременно сосуществуют 2 поколения индивидов – молодые (живущие первый период) и взрослые (живущие второй период). В этом отношении модель восходит к моделям П. Самуэльсона [Samuelson, 1958] (1958) и П. Даймонда [Diamond, 1965] (1965), в которых предложен такой механизм для моделирования уровня потребления и сбережения людей в трудоспособном возрасте и пенсионеров. Но О. Галор и Д. Уайл используют перекрывающиеся поколения для описания процесса формирования человеческого капитала, его динамики с течением времени – старшее поколение принимает решение об уровне инвестиций в человеческий капитал молодого поколения.

*Человеческий капитал.* Согласно единой теории роста, уровень человеческого капитала одного представителя каждого нового поколения ( $h_{t+1}^i$ ), положительно зависит от объема родительского времени, вложенного в воспитание детей. Для того, чтобы обосновать экономический стимул вложения времени родителей в воспитание детей и развитие их человеческого капитала, авторы задали следующую функцию индивидуальной полезности:

$$u_t = (c_t)^{1-\gamma} (n_t h_{t+1})^\gamma \quad \gamma \in (0, 1), \text{ где:}$$

$c_t$  — потребление индивида поколения  $t$ ,

$n_t$  — число детей (выживших) у индивида поколения  $t$ ,

$h_{t+1}$  — уровень человеческого капитала каждого ребенка (принадлежащих к поколению  $t+1$ ).

При этом количество родительского времени, вложенного в обучение детей, выражается следующей зависимостью:

$$e_{t+1} = e(g_{t+1}) \begin{cases} = 0, & \text{если } g_{t+1} \geq \hat{g} \\ > 0, & \text{если } g_{t+1} \leq \hat{g} \end{cases}$$

То есть родители начинают обучать своих детей лишь после достижения некоторого порогового уровня технического прогресса ( $g$ ). До него выгоднее увеличивать потребление ( $C$ ) для максимизации индивидуальной функции полезности.

При этом стоит отметить, что проблему выбора уровня образования для формирования того или иного уровня человеческого капитала ставилась еще в модели Лукасом [Lucas, 1988] (1988), которая является модернизацией модели Удзавы [Uzawa, 1965] (1965). Но у Лукаса уровень образования ( $h_t$  – уровень квалификации работников, что можем считать тождественным понятию человеческий капитал у О. Галора и Д. Уайла) определял сам индивид исходя из максимизации своего дохода  $z$ :

$$z = \int_S^N h(S)w_t e^{-rt} dt = \int_S^N e^{\gamma S + g_w t - rt} dt = \frac{e^{\gamma S + g_t N - rN} - e^{\gamma S + g_w S - rS}}{g_w - r} \rightarrow \max$$

*Численность населения.* Для моделирования численности каждого нового поколения, авторы используют простейшее уравнение закона Т. Мальтуса:

$$L_{t+1} = n_t L_t, \text{ где:}$$

$n_t$  – число детей у каждого индивида поколения  $t$ ,

$L_t$  – численность поколения  $t$ .

Но при этом вносится важная корректировка — число детей  $n_t$  меняется по следующему закону:

$$L_{t+1} = \begin{cases} n^b(g_{t+1})L_t, & \text{если } z_t \geq \tilde{z} \\ n^a(g_{t+1}, z(e_t, g_t, x_t))L_t, & \text{если } z_t \leq \tilde{z} \end{cases}$$

То есть существует некоторое пороговое значение уровня дохода индивида ( $z$ ), после превышения которого количество детей ( $n$ ) начинает от него зависеть (а не только от темпов экономического прогресса ( $g$ )).

## Заключение

Как показано в настоящей статье, даже в современных теориях экономического роста используются механизмы самых первых моделей – в частности, выше представлено использование в единой теории роста элементов из более ранних моделей Р. Солоу, П. Самуэльсона, П. Даймонда и т.д.

Вполне вероятно, что только комбинируя элементы более простых моделей возможно создать универсальную модель для комплексного моделирования экономического роста в разные эпохи.

## Библиография

1. Мальтус Т. Опыт о законе народонаселения. Петрозаводск: Петроком, 1993. 136 с.
2. Селезнев А.И. Об объединенной теории роста О. Галора и Д. Уайла // Экономика: вчера, сегодня, завтра. 2022. Т. 12. № 3А. С. 548-553.
3. Diamond P.A. National debt in a neoclassical growth model // The American Economic Review. 1965. Vol. 55. № 5. P. 1126-1150.
4. Galor O. From stagnation to growth: Unified growth theory. Brown University, 2004. URL: <https://www.econstor.eu/bitstream/10419/80210/1/481894578.pdf>
5. Galor O., Weil D. Population, technology and growth: From the Malthusian regime to the demographic transition // American Economic Review. 2000. Vol. 110. No. 4. P. 806-828.
6. Koopmans T.C. On the concept of optimal economic growth. 1963. URL: <https://cowles.yale.edu/sites/default/files/files/pub/d01/d0163.pdf>
7. Lucas R.E. On the mechanics of economic development // Journal of Monetary Economics. 1988. Vol. 22. № 1. P. 3-42.
8. Samuelson P.A. An exact Consumption-Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money // Journal of Political Economy. 1958. Vol. 66. № 6. P. 467-482.
9. Solow R.M. A Contribution to the Theory of Economic Growth // The Quarterly Journal of Economics. 1956. Vol. 70. No. 1. P. 65-94.
10. Uzawa H. Optimal Technical Change in an Aggregative Model of Economic Growth // International Economic Review. 1965. Vol. 6. № 1. P. 18-31.

---

## The evolution of economic growth models on the example of the unified growth theory of O. Galor and D. Weil

**Aleksei I. Seleznev**

Assistant,  
Department of General Economic Theory,  
Moscow School of Economics (faculty),  
Lomonosov Moscow State University,  
119991, 1, Leninskie Gory, Moscow, Russian Federation;  
e-mail: a.seleznev7@yandex.ru

### Abstract

Models of economic growth began to be actively developed in the second half of the 20th century. Over the past time, two classes of such models have changed: the ones which described exogenous and endogenous economic growth. But, despite the change of classes, a certain evolution of scientific thought can be traced in the development of theories of economic growth. This article reflects an example of such a transformation through the analysis of the theory of unified growth by O. Galor and D. Weil. Being developed in the 2000s, it refers to attempts to create a single model of economic development throughout the history of mankind. This article shows the links between the theory of unified growth by O. Galor and D. Weil and the well-known models of economic growth by R. Solow, P. Samuelson, P. Diamond, etc. As shown in this article, even in modern theories of economic growth, the mechanisms of the very first models are used; in particular, the use of elements from earlier models in a unified theory of growth is presented. It is likely that only by combining elements of simpler models is it possible to create a universal model for complex modeling of economic growth in different eras.

### For citation

Seleznev A.I. (2022) Evolyutsiya modelei ekonomicheskogo rosta na primere edinoi teorii rosta O. Galora i D. Uaila [The evolution of economic growth models on the example of the unified growth theory of O. Galor and D. Weil]. *Ekonomika: vchera, segodnya, zavtra* [Economics: Yesterday, Today and Tomorrow], 12 (4A), pp. 447-452. DOI: 10.34670/AR.2022.84.35.037

### Keywords

Economic growth, exogenous growth model, endogenous growth model, unified economic growth theory, human capital, overlapping generations.

### References

1. Diamond P.A. (1965) National debt in a neoclassical growth model. *The American Economic Review*, 55, 5, pp. 1126-1150.
2. Galor O. (2004) *From stagnation to growth: Unified growth theory*. Brown University. Available at: <https://www.econstor.eu/bitstream/10419/80210/1/481894578.pdf> [Accessed 03/03/2022]
3. Galor O., Weil D. (2000) Population, technology and growth: From the Malthusian regime to the demographic transition. *American Economic Review*, 110, 4, pp. 806-828.
4. Koopmans T.C. (1963) *On the concept of optimal economic growth*. Available at: <https://cowles.yale.edu/sites/default/files/files/pub/d01/d0163.pdf> [Accessed 03/03/2022]

5. Lucas R.E. (1988) On the mechanics of economic development. *Journal of Monetary Economics*, 22, 1, pp. 3-42.
6. Maltus T. (1993) *Opyt o zakone narodonaseleniya* [Experience on the law of population]. Petrozavodsk: Petrokom Publ.
7. Samuelson P.A. (1958) An exact Consumption-Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money. *Journal of Political Economy*, 66, 6, pp. 467-482.
8. Seleznev A.I. (2022) Ob ob"edinennoi teorii rosta O. Galora i D. Uaila [About the unified growth theory of O. Galor and D. Weil]. *Ekonomika: vchera, segodnya, zavtra* [Economics: Yesterday, Today and Tomorrow], 12 (3A), pp. 548-553.
9. Solow R.M. (1965) A Contribution to the Theory of Economic Growth. *The Quarterly Journal of Economics*, 70, 1, pp. 65-94.
10. Uzawa H. (1965) Optimal Technical Change in an Aggregative Model of Economic Growth. *International Economic Review*, 6, 1, pp. 18-31.