УДК 33 DOI: 10.34670/AR.2020.64.55.021

Моделирование социально-этических принципов в терминах игровых задач

Красников Кирилл Евгеньевич

Соискатель
Федеральный исследовательский центр
«Информатика и управление» Российской академии наук
119333, Российская федерация, Москва, ул. Вавилова, 44-2;
e-mail: krasnikov.kirill@gmail.com

Аннотация

В данной работе исследуется проблема того, как влияют такие модели поведения, как индивидуализм с одной стороны и сотрудничество и учёт общих интересов с другой на достижимость лучших результатов в некотором сообществе? Указанные две поведенческие модели могут быть смоделированы в терминах теории игр с помощью построения вспомогательного параметрического семейства игровых задач. Для данного семейства можно найти условия, при которых наиболее выгодные ситуации (точки максимума суммарного дохода) становятся равновесиями. Полученные результаты позволяют утверждать, что при определённом уровне учёта взаимных интересов и кооперации между участниками, наиболее благоприятные ситуации становятся равновесиями и соответственно сообщества, в которых такие принципы преобладают, имеют существенные преимущества. В работе показано, что когда между сторонами устанавливается определённый уровень взаимной интеграции, то ситуации, в которых достигается максимум кооперативного дохода, становятся сильными равновесиями. Если рассматривается взаимодействии стран или регионов, то под уровнем интеграции можно понимать, например, уровень взаимных инвестиций.

Для цитирования в научных исследованиях

Красников К.Е. Моделирование социально-этических принципов в терминах игровых задач // Экономика: вчера, сегодня, завтра. 2020. Том 10. № 2А. С. 224-240. DOI: 10.34670/AR.2020.64.55.021

Ключевые слова

Моделирование социально-этических норм, теория конфликтных равновесий Э.Р.Смольякова, public goods game.

Введение

Чем руководствуется каждый индивидуум при выборе своей модели поведения? Известны два основных по сути противоположных ответа на этот вопрос. В экономике ещё начиная с работ Адама Смита сложилась традиция полагать, что человеком движет прежде всего интерес максимизации личного дохода.

Есть и другой принцип, когда между индивидуумами складываются отношения сотрудничества и взаимопомощи, и они готовы в чём-то поступиться личными интересами для достижения лучшего общего результата. Этот принцип может иметь как экономическую интерпретацию, когда между участниками рассматриваемого процесса нет абсолютного антагонизма, а имеет место некое пересечение интересов и интеграция.

Но также вопрос выбора между двумя указанными моделями поведения (максимизацией личного дохода или же учёта общих интересов) может иметь и более общую и не менее важную морально-этическую интерпретацию. Ведь вопрос о том, какое влияние оказывает на развитие общества преобладающие среди его представителей этические принципы и жизненные установки поднимался неоднократно.

В качестве лишь одного примера можно привести работу [Mickushina, Skuratovskaya, 2014], авторы которой указывают на кризисное положение в таких сферах, как образование, здравоохранение, экология и др. и связывают такое положение дел не с экономической или политической обстановкой, но со снижающемся уровнем нравственности в обществе.

Однако данный вопрос может быть исследован и с математических позиций. В сентябре 2017 года вышел специальный выпуск журнала Games под заголовком *«Ethics, Morality, and Game Theory»* [Alfano, Rusch, Uhl, 2017], в котором были опубликованы статьи, объединённые общей тематикой: моделирование этических принципов с помощью теоретико-игровых подходов.

Например, в работе [Alger, Weibull, 2017] авторы моделируют такие типы поведения, как эгоизм, альтруизм и мораль (под данным термином подразумевается поведение, основанное на императиве Канта), и сравнивают их на примере нескольких игровых задач.

В данной работе также делается попытка проанализировать, какое влияние оказывают этические принципы, которыми руководствуются индивидуумы, на достижимость наиболее благоприятных ситуаций. При традиционном подходе, когда предполагается, что каждый участник максимизирует лишь собственный доход, точкой равновесия (по Нэшу) может оказаться далеко не самая выгодная для всех участников ситуация, что иллюстрируется хорошо известным примером – «Дилемма заключённого».

В модели же, предполагающей, что участники помимо преследования сугубо личного интереса с некоторым весовым коэффициентом учитывают интересы других (что моделирует уровень сотрудничества и взаимопомощи между участниками) оказывается, что наиболее выгодная игровая ситуация становится сильным равновесием.

Этот факт можно интерпретировать таким образом, что общество, где подобные принципы преобладают, будет иметь существенные преимущества перед обществом «индивидуалистов», где каждый заботится лишь о максимизации личного дохода.

Отметим также, что в работе, помимо классического равновесия по Нэшу используется система равновесий, разработанная Э.Р.Смольяковым [Smolyakov, 2000; Smolyakov, 2005; Smolyakov, 2010].

Постановка модели

В работе в качестве исходной базы для последующего анализа различных процессов и явлений сначала рассматривается некоторая конкретная игра с N участками $\{J_k, k = 1, \dots, N\} \equiv \{J_k\}$, k-й из которых максимизирует свой платёжный функционал J_k, который в общем виде может зависеть от фазовых и управляющих переменных и от времени. А затем на основе этой задачи строится α параметрическое семейство (где α - вектор-параметр) вспомогательных игровых моделей $\{U_i(J_k, \alpha)\} = \{U_i\}$ с новыми платёжными функциями U_i, используемых затем в качестве некоей приближенной модели нулевого порядка для исследования некоторых физических, экономических или морально-этических явлений или процессов.

Нулевой порядок приближения означает, что внутреннее строение всех функционалов J_k в параметризованной модели $\{U_i\}$ остаётся неизменным при всех используемых в работе значениях параметров α. Однако в действительности в общем случае при любых реализациях рассматриваемых параметрических моделей $\{U_i\}$ влияние параметра α на функционалы J_k всегда имеет место. И только при постулировании полной независимости (прямой и косвенной) функционалов J_k от α все излагаемые результаты оказываются математически корректными лишь в нулевом приближении, поскольку косвенная зависимость неизбежно автоматически имеет место, что следует из самой формы построения функционалов U_i.

Допущение 1. Пусть Q_i, $i = \overline{1, N}$ - метрические пространства, G - компактное множество в их произведении $Q_1 \times \dots \times Q_N$.

Пусть на множестве G определены непрерывные функции (функционалы) $J_i(q)$, $i = \overline{1, N}$, $q = q_1 \dots q_N \in G$.

q_i - стратегия i-го игрока, $q^i \stackrel{\Delta}{=} (q_1, \dots, q_{i-1}, q_{i+1}, \dots, q_N)$ - стратегии остальных $N - 1$ игроков при фиксированной стратегии q_i i-го игрока.

$Pr_{Q_i}G$ - проекция множества G на пространство Q_i.

$G(q_i)$ и $G(q^i)$ - сечения множества G.

$J_i(q)$ - платёжная функция (функционал) игрока i, которая определяет размер некого блага или ресурса, который получает i-й участник, при выборе им стратегии q_i и при выборе стратегии q^i остальными участниками. При этом функции $J_i(q), i = \overline{1, N}$ предполагается рассматривать как трансферабельные, то есть предполагающие возможность любого деления и распределения между игроками.

Пусть $J(q) \stackrel{\Delta}{=} \sum_{k=1}^{N} J_k(q)$ - суммарная платёжная функция всех игроков,

$J^i(q) \stackrel{\Delta}{=} \sum_{k \neq i} J_k(q)$ - суммарная платёжная функция всех игроков кроме i-го.

Будем также обозначать $U_i(q)$ функцию полезности (utility function) игрока i.

2.1 Классическая модель (участники-"индивидуалисты")

Традиционно рассматриваемая игровая модель, в которой каждый из игроков стремится доставить максимум лишь своей платёжной функции. В рассматриваемой модели данный класс моделирует поведение, основанное на преследовании исключительно личных интересов.

Определение 1. Игровую задачу, удовлетворяющую допущению 1, будем называть классической игрой (или игрой G), если каждый из игроков стремится обеспечить максимум своей функции полезности U_i, которая совпадает с его платёжной функцией J_i:

$$U_i(q_i, q^i) \equiv J_i(q_i, q^i)\ \forall q_i, q^i \in G \tag{1}$$

Это классическая постановка задачи теории игр. Чтобы отразить тот факт, что каждый игрок максимизирует лишь собственную платёжную функцию и отличить её от модели, определяемой в следующем пункте, будем называть её также моделью *участников-"индивидуалистов"*.

Моделирование интеграции интересов (участники-"альтруисты")

В качестве альтернативы рассматривается класс игровых задач, в которых предполагается, что каждый игрок с некоторым весовым коэффициентом учитывает интересы других участников задачи. Данный факт моделируется переходом от первоначально поставленной задачи, характеризующейся набором платёжных функций $\{J_i, i = \overline{1, N}\} = \{J_i\}$, к вспомогательной задаче, определяемой параметрическим семейством функций полезности $\{U_i(J_k, \alpha)\} = \{U_i\}$.

Определение 2. Игровую задачу, удовлетворяющую допущению 1, будем называть игрой с взаимным учётом интересов (или игрой G^α), если каждый из игроков стремится обеспечить максимум своей функции полезности U_i, которая выражается через платёжную функцию данного игрока $J_i(q)$ и суммарную платёжную функцию остальных игроков $J^i(q)$ следующим образом:

$$U_i(q) = (1-\alpha)J_i(q) + \frac{\alpha}{N-1}J^i(q), q \in G, \alpha \in \mathbb{R}, \alpha \in [0, \frac{N-1}{N}], i = \overline{1, N} \tag{2}$$

В частности, для игры двух лиц формулу (2) можно записать следующим образом:

$$U_i(q) = (1-\alpha)J_i(q) + \alpha J_k(q), q \in G, \alpha \in \mathbb{R}, \alpha \in [0, \frac{1}{2}], i = \overline{1,2}, k \neq i \tag{3}$$

Если функции $J_i(q), i = \overline{1, N}$ определяют некие блага, который получает i-й участник при выборе своей стратегии поведения q_i и стратегиях q^i остальных участников, то коэффициент α определяют долю J_i, которую i-й участник передаёт другим игрокам, а второе слагаемое в формуле (2): $\frac{\alpha}{N-1}J^i(q)$ определяет тот объём благ, который он получает от других.

В отличии от первой модели участников-"индивидуалистов", модель, задаваемая определением (2), предполагает отсутствие прямого антагонизма между участниками и даже в некоторой степени учёт интересов друг друга, что следует из самого вида функции (2). Поэтому данную модель можно также назвать моделью *участников-"альтруистов"* (от лат. *alter* - другой). Данное наименование выглядит уместным ещё и по той причине, что функции полезности, подобные (2), в ряде работ по теории игр использовались для моделирования данного этического принципа, о чём более подробно сообщается в замечании 1 в конце данного раздела.

Таким образом в отличии от первой модели, где каждый из участников заботится лишь о собственном доходе J_i, в модели задаваемой определением (2) имеет место некая интеграция, учёт общих интересов, сотрудничество, уровень которого определяется параметром α. Его аналог в некоторых работах (см., например, [Alger; Weibull, 2017]) называют *коэффициентом-"альтруизма"*, он определяет уровень взаимной интеграции между участниками.

Если давать модели чисто экономическую интерпретацию, то функция (2) может моделировать, например, внутреннее перераспределение дохода между участниками (взаимные инвестиции, субсидии и так далее). Например, в задаче с двумя участниками, если J_i - это доход i-го участника, то отношения, задаваемые функциями (3), можно интерпретировать таким образом, что они, например, в равной доле участвуют в уставном капитале друг друга (что определяется параметром α), и в такой же доле между ними происходит перераспределение дохода.

Ограничение $\alpha \in [0, \frac{N-1}{N}]$ выбрано для удобства последующих рассуждений и отражает тот факт, что i-й участник резервирует для себя долю не меньше средней от значения своей платёжной функции J_i. Благодаря такому ограничению, определённые в выражении (2) функции полезности обладают свойством сохранения кооперативного дохода по сравнению с первоначальной постановкой задачи, то есть $\sum_{i=1}^{N} J_i(q) = \sum_{i=1}^{N} U_i(q)$.

Если воспользоваться заменой: $\beta \triangleq \alpha \frac{N}{N-1}$ Поскольку $\alpha \in [0, \frac{N-1}{N}]$, то $\beta \in [0,1]$, и функцию полезности $U_i(q)$ можно записать в следующем виде:

$$U_i(q) = (1-\beta)J_i(q) + \frac{\beta}{N}J(q), \beta \in [0,1] \tag{4}$$

В такой форме, модель определяемую функциями полезности (4), можно рассматривать как игру на общее благо (public goods game). Где $\beta J_i(q)$ определяют вклад i-го участника, который он делает на некоторые общественно-значимые нужды, слагаемое $(1-\beta)J_i(q)$ определяет, ту часть ресурса, которую он оставляет для собственных нужд, а сумма $\frac{\beta}{N}J(q)$ определяет то, что он получает от общества.

Также следует обратить внимание на тот факт, что при $\alpha = \frac{N-1}{N}$ все функции $U_i(q)$ становятся равны: $U_i(q) = \frac{1}{N}J(q), i = \overline{1, N}$. Иными словами при таком α значение суммарной платёжной функции $J(q) = \sum_{i=1}^{N} J_i(q)$ в каждой игровой ситуации делится между участниками поровну. Это делает ситуацию q^*, в которой достигается максимум кооперативного дохода, сильнейшим игровым равновесием (система конфликтных равновесий будет определена ниже).

А при $\alpha = 0$ игра G^α фактически становится классической игрой первого класса, в которой каждый игрок стремится доставить максимум лишь собственной платёжной функции.

Рассмотрим как влияет выбор одной из двух изложенных выше моделей, на вопрос достижимости (равновесности) наиболее выгодной игровой ситуации - той, в которой достигается максимум суммарной платёжной функции всех участников $J(q)$. Но прежде дадим определение системе конфликтных равновесий, которую мы будем использовать для анализа.

Замечание 1. Как уже отмечалось, в ряде работ функции полезности подобные (2) использовались для моделирования эгоистического и альтруистической мотивации в отношениях между участниками задачи.

Например Б.Д.Бернхейм и О.Старк в работе [3], моделируя эгоистическое и альтруистическое поведение в семейных отношениях, вводят функции полезности, в которых каждый участник с весовым коэффициентом $(1-\alpha_i)$ учитывает личные интересы (свою платёжную функцию в нашей терминологии), и с весовым коэффициентом α_i интересы других участников.

Если принять выбранные нами обозначения для платёжных функций J_i, то функции полезности примут вид:

$$U_i(q) = (1 - \alpha_i)J_i(q) + \alpha_i J^i, q \in G, \alpha_i \in \mathbb{R}, \alpha_i \geq 0, i = \overline{1,2} \quad (5)$$

При этом, чтобы не рассматривать случай «чрезмерного альтруизма» в работе [3] сумма коэффициентов α_i предполагается меньше либо равной 1 ($\alpha_1 + \alpha_2 \leq 1$).

В работе [5] А.Линдбек и Дж. Вибул, также моделирую альтруистическую мотивацию, коэффициент при J_i принимают равным единице, а функция полезности в принятых нами обозначениях приобретают вид: $U_i(q) = J_i(q) + \alpha_i J^i(q)$ при ограничениях $\alpha_1 \cdot \alpha_2 < 1$.

А в работе [2] уже рассматривается обобщённая функция полезности для случая N игроков и предполагается, что все коэффициенты α_i равны между собой:

$$U_i(q) = J_i(q) + \alpha J^i, q \in G, \alpha \in \mathbb{R}, \alpha \in [0,1], i = \overline{1,N} \quad (6)$$

Замечание 2. Также следует обратить внимание, что функции полезности, задаваемые формулой (2), являются частным случаем более общего представления:

$$\mathrm{U_i(q)} = (1 - \alpha_\mathrm{i})\mathrm{J_i(q)} + \sum_{\substack{k=1,\\ k\neq i}}^{N} s_k^i \alpha_k J_k(q), q \in G, \alpha_i \in \mathbb{R}, \alpha_i \in [0, \frac{N-1}{N}], \sum_{k=1}^{N-1} s_i^k = 1, i = \overline{1,N} \quad (7)$$

То есть, вообще говоря, коэффициенты α для каждого участника могут быть различны, таким образом задаётся вектор-параметр $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_N)$.

При этом предполагается, что средства $\alpha_i J_i(q)$, которые i-й игрок передаёт другим, распределены между ними на доли, которые определяются коэффициентами s_k^i, то есть k-й участник получает от i-го $s_i^k \alpha_i J_i$. Иными словами $\alpha_i J_i = \sum_{\substack{k=1,\\ k\neq i}}^{N} s_k^i \alpha_k J_k(q)$. Отсюда вытекает требование $\sum_{k=1}^{N-1} s_i^k = 1, i = \overline{1,N}$.

Формула (2) получается из выражения (7) при допущении, что все коэффициенты α_i равны между собой, то есть $\alpha_1 = \alpha_2 = \because = \alpha_N = \alpha$, и все доли $s_i^k = \frac{1}{N-1}, i, k = \overline{1,N}, i \neq k$.

Прежде всего дадим определение в наших обозначениях классического равновесия по Нэшу.

Определение 3. Ситуацию $q^* \in G$ назовём равновесием по Нэшу ($\bar{C}^N$-экстремальной), если

$$\max_{q_i \in G(q^{i*})} J_i(q^{i*}, q_i) = J_i(q^*), i = \overline{1}, N, \quad (8)$$

где $q^i = (q_1, \dots, q_{i-1}, qi + 1, \dots, q_N)$.

Однако данное равновесие обладает рядом недостатков: во-первых, оно существует далеко не всегда и, во-вторых, даже когда существует, может определять далеко не самую выгодную для всех участников задачи ситуацию (что будет продемонстрирована на разбираемом ниже примере). Поэтому помимо этого ставшего классическим равновесия в работе используется также система конфликтных равновесий, разработанная Э.Р.Смольяковым [Smolyakov, 2000; Smolyakov, 2005; Smolyakov, 2010]. Данная система представляет собой набор усиливающихся равновесий, самое слабое из которых существует в любой игровой задаче, удовлетворяющей допущению 1. Таким образом для любой такой задачи можно найти наиболее сильное из существующих равновесий, что и будет являться решением.

Ниже приводятся определения некоторых базовых равновесий данной системы.

Определение 4. Ситуацию (точку) $q^* \in G$ назовём A_i-экстремальной, если или $G(q^{i*}) = q_i^*$, или каждой стратегии $q_i \in G(q^{i*}) \backslash q_i^*$ i-го игрока можно поставить в соответствие по крайней мере одну ответную стратегию $\hat{q}^i = \hat{q}^i < q_i >$ остальных $N-1$ игроков, такую, чтобы

$$J_i(\hat{q}^i, q_i) \leq J_i(q^i). \tag{9}$$

Обозначая через A_i множество всех A_i-экстремальных ситуаций, ситуацию (точку) $q^* \in G$ назовём ситуацией симметричного слабого активного равновесия или, короче, A-равновесием, если $q^* \in A_1 \cap \ldots \cap A_N \overset{\Delta}{=} A$

Симметричное A-равновесия является самым слабым из предлагаемой к рассмотрению системы конфликтных равновесий. В работе [7] доказывается, что данное равновесие существует во всяком случае в любой ϵ-аппроксимации, $\forall \epsilon > 0$, в любых игровых задачах, удовлетворяющих довольно общим допущениям 1. Поскольку при численном решении реальных задачах равновесные ситуации ищутся приближённо, то для приложений неважно, окажется ли ситуация q^* точным A-равновесием или же равновесной с допустимой точностью ϵ, где ϵ - сколь угодно малое число. Таким образом введение данного равновесия решает проблему существования решения игровой задачи.

Однако, как правило, A-равновесные ситуации оказываются неединственными. Поэтому следующие понятия определяют естественные усиления (сужения) множества A-равновесий.

Определение 5. Ситуацию (точку) $q^* \in A_i$ назовём B_i-экстремальной, если она удовлетворяет условию

$$\max_{q^i \in A_i(q_i^*)} J^i(q_i^*, q^i) = J^i(q^*) \tag{10}$$

Назовём ситуацию $q^* \in G$ B-равновесием, если $q^* \in \bigcap_{i=1}^{N} B_i \overset{\Delta}{=} B$, где B_i - множество всех B_i-экстремальных ситуаций.

Равновесие, задаваемое следующим определением, является одним из возможных усилений B-равновесия.

Определение 6. Ситуацию (точку) $q^* \in A_i$ назовём C_i-экстремальной, если она удовлетворяет условию

$$\max_{q^i \in G(q_i^*)} J^i(q_i^*, q^i) = J^i(q^*) \qquad (11)$$

Ситуацию $q^* \in G$ назовём C-равновесием, если $q^* \in \bigcap_{i=1}^{N} C_i \stackrel{\Delta}{=} C$, где C_i - множество всех C_i-экстремальных ситуаций.

В играх двух лиц C-равновесие и равновесие по Нэшу совпадают.

Дадим ещё несколько определений, усиливающих соответственно B- и C-равновесия.

Определение 7. Ситуацию $q^* \in B_i$ назовём $\overline{D}_i$-экстремальной, если она удовлетворяет условию

$$\max_{q \in B_i} J_i(q) = J_i(q^*)$$

или (то же самое только в развёрнутом виде) - условию

$$\max_{q_i \in Pr_{Q_i} A_i} J_i(Arg \max_{q^i \in A_i(q_i)} J^i(q_i, q^i)) = J_i(q^*) \qquad (12)$$

и назовём её $\overline{D}$-равновесием, если $q^* \in \bigcap_{i=1}^{N} \overline{D}_i \stackrel{\Delta}{=} \overline{D}$.

Аналогичный смысл имеет даваемое ниже определение D-экстремальных ситуаций, с той лишь разницей, что выбор i-м игроком производится не на множестве B_i, а на множестве C_i.

Определение 8. Ситуацию $q^* \in C_i$ назовём D_i-экстремальной, если она удовлетворяет условию

$$\max_{q \in C_i} J_i(q) = J_i(q^*) \qquad (13)$$

и назовём её D-равновесием, если $q^* \in \bigcap_{i=1}^{N} D_i \stackrel{\Delta}{=} D$.

В качестве примера, рассмотрим использования данных равновесий для обоих классов игроков G и G^{α}.

Пример игровой задачи двух лиц

Рассмотрим некооперативную игру двух лиц, в которой выигрыш каждого задаётся следующими матрицами:

$$J_1 = \begin{bmatrix} 0 & 90 \\ 1 & 100 \end{bmatrix} \; J_2 = \begin{bmatrix} 100 & 90 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Стратегия первого участника - выбор одной из строк матрицы J_1, стратегия второго - выбор одного из столбцов матрицы J_2.

Если, например, первый игрок выбирает вторую строку, а второй игрок первый столбец, то реализуется игровая ситуация a_{21}.

Рассмотрим вначале игру в классическом виде, где каждый из участников максимизирует исключительно личный выигрыш (G в нашей терминологии). В таком случае единственным равновесием по Нэшу оказывается ситуация a_{21}, в котрой каждый из участников получает доход $J_1 = J_2 = 1$. Отметим, что в данной ситуации достигается минимум суммарной платёжной функции обоих игроков.

Теперь найдём определённые выше равновесия.

$$A_1 = \begin{bmatrix} - & + \\ + & + \end{bmatrix} A_2 = \begin{bmatrix} + & + \\ + & - \end{bmatrix}$$

$$B_1 = B_2 = B = (a_{21}, a_{12}), C_1 = C_2 = C = \bar{C}^N = D = (a_{21})$$

$$\overline{D}_1 = \overline{D}_2 = \overline{D} = a_{12}$$

Таким образом мы видим, что одна из самых невыгодных для обоих участников ситуация a_{21} оказалась равновесием по Нэшу и довольно сильным D-равновесием. Однако гораздо более выгодная для обоих участников ситуация a_{12} оказалась $\overline{D}$-равновесием.

Теперь рассмотрим игру в классе G^{α} (модель учёта взаимных интересов или модель G^{α}). В этом случае равновесия ищутся не на первоначальных платёжных функциях, а на введённых в определении 2 функциях полезности (в данном случае заданные в виде матриц). Матрицы имеют следующий вид:

$$U_1 = \begin{bmatrix} 0(1-\alpha) + 100 \cdot \alpha & 90(1-\alpha) + 90 \cdot \alpha \\ 1(1-\alpha) + \alpha & 100(1-\alpha) + 0 \cdot \alpha \end{bmatrix}$$

$$U_2 = \begin{bmatrix} 100(1-\alpha) + 0 \cdot \alpha & 90(1-\alpha) + 90 \cdot \alpha \\ 1(1-\alpha) + \alpha & 0(1-\alpha) + 100 \cdot \alpha \end{bmatrix}$$

Отсюда получаем:

$$U_1 = \begin{bmatrix} 100 \cdot \alpha & 90 \\ 1 & 100(1-\alpha) \end{bmatrix} U_2 = \begin{bmatrix} 10(1-\alpha) & 90 \\ 1 & 100 \cdot \alpha \end{bmatrix}$$

В принятых нами ограничениях $\alpha \in [0, \frac{N-1}{N}]$, поскольку $N = 2$, то $\alpha \in [0, \frac{1}{2}]$. Можно показать, что на интервале $\alpha \in [\frac{1}{100}, \frac{1}{2}]$ точка a_{12}, в которой достигается максимум кооперативного дохода, будет сильнейшим в игре D-равновесием и равновесием по Нэшу. Действительно, при $\alpha \in (\frac{1}{100}, \frac{1}{2}]$:

$$A_1 = \begin{bmatrix} + & + \\ - & + \end{bmatrix} = A_2 = A$$

$$B_1 = C_1 = (a_{12}, a_{21}), B_2 = C_2 = (a_{11}, a_{12}), B = C = \bar{C}^N = D = a_{12}$$

При $\alpha = \frac{1}{100}$ возникнет интересная ситуация, когда все четыре точки окажутся равновесными по Нэшу:

$$A_1 = A_2 = A = B = C = \bar{C}^N = D = \begin{bmatrix} + & + \\ + & + \end{bmatrix}$$

Отметим, что при $\alpha < \frac{1}{100}$ ситуация a_{12} перестаёт быть D-равновесием и равновесием по Нэшу, и игра с точки зрения получаемых равновесий становится фактически не отличима от рассмотренной выше игры первого класса G, когда игроки стремятся доставить максимум лишь своей платёжной функции $J_i(q)$. Итак, данный пример продемонстрировал нам, что в классе игроков-"индивидуалистов" равновесной (по Нешу) оказывается самая невыгодная (с точки зрения кооперативного дохода, равного 2) ситуация a_{21}. Тогда как в классе G^α, начиная с некоторого уровня коэффициента α (который отражает уровень сотрудничества и взаимной интеграции) равновесной становится ситуация a_{12}, с максимальным кооперативным доходом, равным 18. Данный результат можно обобщить и доказать, что в любой игровой задаче, удовлетворяющей допущениям 1, в классе G^α найдётся такой уровень коэффициента $\alpha \in [0, \frac{N-1}{N}]$, что наиболее выгодная с точки зрения максимизации значений суммарной платёжной функции ситуация становится равновесной по Нэшу и также A-, B-, C- и D-равновесием.

Существование конфликтных равновесий в классе $\boldsymbol{G^\alpha}$

Ещё раз приведём обозначения, введённые в допущении 1. Суммарную платёжную функция игроков в исходной игре G будем обозначать: $J(q) \overset{\Delta}{=} \sum_{i=1}^{N} J_i(q), q \in G$

Суммарная платёжная функция всех игроков кроме i-го: $J^i(q) \overset{\Delta}{=} \sum_{k \neq i} J_k(q)$.

А функцию полезности i-го игрока в игре: G^α: $U_i(q) \overset{\Delta}{=} (1-\alpha)J_i(q) + \frac{\alpha}{N-1} \sum_{\substack{k=1, \\ k \neq i}}^{N} J_k(q), q \in G$

Определение 9. Будем говорить, что в игровой ситуации $q^* \in G$ достигается максимум суммарной платёжной функции J, если $\forall q \in G, q \neq q^*$: $J(q^*) \geq J(q)$.

Исходя из допущения 1, $J_i(q)$ - непрерывные функции, определённые на G - компактном множестве, заданном в произведении $Q_1 \times \ldots \times Q_N$ метрических пространств Q_i, $i = \overline{1, N}$. Из чего можно сделать вывод, что и их сумма - суммарная платёжная функция $J(q) = \sum_{i=1}^{N} J_i(q)$ является непрерывной функцией на множестве G.

Поскольку непрерывная функция достигает на компактном множестве своих точной верхней и нижней граней, то функция J достигает своего максимального значения на G.

Сформулируем теорему существования равновесия по Нэшу в игровых задачах, удовлетворяющих допущению 1. Будем обозначать через $G^{\alpha_{NE}}$ игровые задачи типа G^α, в которых коэффициент α принимает значения α_{NE}.

Теорема 1. Пусть в игровой задаче, удовлетворяющей допущению 1, в ситуации q^* достигается максимум суммарной платёжной функции. Тогда $\exists\, \alpha_{NE} \in \mathbb{R}, \alpha_{NE} \in [0, \frac{N-1}{N}]$:

1) В игре $G^{\alpha_{NE}}$ ситуация q^* будет А-экстремальной.

2) $\forall \alpha \in [\alpha_{NE}, \frac{N-1}{N}]$ в игровой задаче класса G^{α} ситуация q^* также будет равновесной по Нэшу.

Доказательство теоремы 1 приводится в приложении А.1. Формулировка и доказательство аналогичных теорем для других введённых понятий равновесия (A, C, D) содержится в приложении А.2.

Из сформулированной теоремы можно сделать вывод: в игровой задаче G^{α}, которая моделирует наличие элемента сотрудничества, взаимной интеграции между участниками, при определённом уровне коэффициента $\alpha = \alpha_{NE}$ наиболее выгодная ситуация (то есть та, в которой достигается максимум кооперативного дохода) становится равновесной (по Нешу). И при всех α, больших данного значения, эта ситуация остаётся равновесием.

Понятное дело, что в неантогонистических играх, предполагающих возможность кооперации между участниками, стороны могут договориться о выборе соответствующих стратегий, реализующих ситуацию максимума кооперативного дохода, даже если она не является равновесием. Сказанное верно при одном условии: стороны смогут договориться о справедливом разделе кооперативного дохода, обладающим свойством устойчивости, то есть ни один игрок не пожелает от него уклониться. К сожалению, классическая теория кооперативных игр не даёт такого решения.

Тем более, если речь идёт о моделировании неких социальных явлений, то есть игровых задач с большим количеством участников, где договор не всегда представляется возможным. Для таких задач вполне разумно предполагать, что в итоге будет реализована ситуация, являющаяся равновесием. Поэтому тот факт, что в модели участников-"коллективистов" G^{α}, самая благоприятная ситуация становится равновесием при некотором уровне их "сознательности", то есть того, в какой степени участники готовы предпочесть интересы сообщества личным интересам (коэффициента α в нашей модели), даёт сообществам таких участников существенные преимущества перед сообществом участников-"индивидуалистов". Поскольку для последних равновесной может оказаться далеко не самая благоприятная ситуация, а о кооперации для достижения наиболее выгодной ситуации они просто могут не договориться.

Заключение

Таким образом полученные результаты являются довольно общими, и могут быть приложимы в разных областях.

Например, если давать экономическую интерпретацию, то можно утверждать, что когда между сторонами устанавливается определённый уровень взаимной интеграции, то ситуации, в которых достигается максимум кооперативного дохода, становятся сильными равновесиями. Если рассматривается взаимодействии стран или регионов, то под уровнем интеграции можно понимать, например, уровень взаимных инвестиций.

Если же говорить на языке более общих морально-этических терминов, то можно утверждать, что когда между сторонами устанавливается такой тип отношений, что они в какой-то степени готовы поступиться личными интересами, с другой стороны получают помощь от других, то наиболее выгодные для всех ситуации становятся равновесными.

В связи с чем нельзя не согласиться с авторами работы [Mickushina; Skuratovskaya, 2014], что общества *"построенные на нравственных принципах, всегда имели социальное, экономическое и политическое преимущество, что приводило их к процветанию и росту благосостояния"*.

Библиография

1. Alfano, M.; Rusch, H.; Uhl, M. Ethics, Morality, and Game Theory Games 2017. Available online: https://www.mdpi.com/journal/games/special_issues/ethics_morality (accessed on 13 July 2019).
2. Alger, I.; Weibull, J.W. Strategic Behavior of Moralists and Altruists Games 2017. Available online: https://www.mdpi.com/2073-4336/8/3/38 (accessed on 13 July 2019).
3. Bernheim, B.D.; Stark, O. Altruism within the Family Reconsidered: Do Nice Guys Finish Last? Am. Econ. Rev. 1988, 78, 1034–1045.
4. Germeyer, Yu.B.; Vatel, I.A. Games with a hierarchical vector of interests News of the Academy of Sciences of the USSR. Technical cybernetics 1974, 3, 54-69.
5. Lindbeck, A.; Weibull, J. Altruism and Time Consistency — The Economics of Fait Accompli. Journal of Political Economics 1988, 96, 1165–1182.
6. Mickushina, T.N.; Skuratovskaya, M.L. The problem of morality and the global crisis of society Proceedings of the II International Scientific and Practical Conference "The world is on the threshold of a new era. How will it be?" 2014. Available online: http://moralitymovement.org/articles/skuratovskaya-ml_mickushina-tn_the_problem_of_morality_and_the_global_crisis.pdf (accessed on 13 July 2019).
7. Smolyakov, E.R. The theory of antagonisms and differential games Editorial URSS: Moscow, Russia, 2000.
8. Smolyakov, E.R. The theory of conflict equilibria Editorial URSS: Moscow, Russia, 2005.
9. Smolyakov, E.R. Methods for solving conflict problems Moscow State University: Moscow, Russia, 2010.

Приложение

Appendix A.1. Доказательство теоремы существования равновесия по Нэшу.

Proof of theorem 1. Согласно определению 3, ситуация q^* будет равновесной по Нэшу, если выполняется следующее соотношение:

$$U_i(q^*) \geq U_i(q^{i*}, q_i), \forall q_i \in G(q^{i*}), i = \overline{1, N} \tag{A1}$$

Где $q^{i*} \triangleq (q_1^*, \dots, q_{i-1}^*, q_{i+1}^*, \dots, q_N^*)$ - вектор стратегий всех игроков, кроме i-го, образующих ситуацию q^*. Воспользовавшись определением платёжной функции (2), неравенство (A1) можно переписать в виде:

$$(1-\alpha)J_i(q^*) + \frac{\alpha}{N-1}J^i(q^*) \geq (1-\alpha)J_i\left(q^{i*}, q_i\right) + \frac{\alpha}{N-1}J^i\left(q^{i*}, q_i\right), \forall q_i \in G(q^{i*}), i = \overline{1, N} \tag{A2}$$

Воспользуемся заменой: $\beta \triangleq \alpha \frac{N}{N-1}$. Тогда платёжная функция $U_i(q)$ можно записать в эквивалентной форме: $U_i(q) = (1-\beta)J_i(q) + \frac{\beta}{N}J(q), \beta \in [0,1]$

А неравенство А2 примет вид:

$$(1-\beta)(J_i(q^*) - J_i(q^{*i}, q_i)) + \frac{\beta}{N}(J(q^*) - J(q^{*i}, q_i)) \geq 0, \forall q_i \in G(q^{i*}), i = \overline{1, N} \tag{A3}$$

Выражение слева в неравенстве (A3) задаёт при $\beta \in [0,1]$ отрезок на действительной прямой между точками:

$$Q(q_i) \stackrel{\Delta}{=} J_i(q^*) - J_i(\hat{q}^i_{inf}, q_i)$$
$$P(q_i) \stackrel{\Delta}{=} \frac{1}{N}(J(q^*) - J(\hat{q}^i_{inf}, q_i)) \qquad \text{(A4)}$$

Значение $P(q_i) \geq 0$, так как в точке q^* достигается максимум $J(q)$ при $q \in G$, поэтому $\forall q_i \in G(qi\,*)$ отрезок между точками $Q(q_i)$ и $P(q_i)$ лежит либо справа от точки 0, если $Q(q_i) > 0$, либо точка ноль лежит внутри отрезка $[Q(q_i), P(q_i)]$, если $Q(q_i) < 0$, либо совпадает с одной из его границ, если $Q(q_i) = 0$ или $P(q_i) = 0$, либо совпадает с обоими границами, если $P(q_i) \equiv Q(q_i) = 0$ (в этом случае отрезок становится точкой). Иначе говоря, найдётся значение $\beta^i_{NE} < q_i > \in \mathbb{R}, \beta^i_{NE} \in [0,1]$: $\forall \beta \in [\beta^i_{NE}, 1]$ справедливо неравенство (A4).

Поскольку таким образом мы можем каждому $q_i \in G$ поставить в соответствие значение $\beta^i_{NE} < q_i > \in [0,1]$, то таким образом мы можем задать ограниченную функцию $\beta^i_{NE}(q_i) \leq 1, \forall q_i \in G(qi\,*)$:

$$\beta^i_{NE}(q_i) \stackrel{\Delta}{=} \begin{cases} \dfrac{-Q(q_i)}{P(q_i) - Q(q_i)}, & \text{если } Q(q_i) < 0; \\ 0 & \text{если } Q(q_i) \geq 0; \end{cases} \qquad \text{(A5)}$$

Пусть $\beta^i_{NE} \stackrel{\Delta}{=} \sup\limits_{q_i \in G(q^{*i})} \beta^i_{NE}(q_i)$. Поскольку $\beta^i_{NE}(q_i) \leq 1$, то $\beta^i_{NE} \leq 1$.

Введём $\beta_{NE} \stackrel{\Delta}{=} \max\limits_{i=\overline{1,N}} \beta^i_{NE}$. Поскольку $\beta^i_{NE} \leq 1$, то и $\beta_{NE} \leq 1$ и $\forall \beta \in [\beta_{NE}, 1]$ точка q^* будет равновесием по Нэшу.

Возвращаясь, наконец, к исходным обозначениям параметров $\alpha_{NE} = \frac{N-1}{N}\beta_{NE}$, мы получили значение α_{NE} такое, что $\forall \alpha \in [\alpha_{NE}, \frac{N-1}{N}]$ ситуация q^* будет равновесием по Нэшу.

Тем самым оба утверждения теоремы доказаны. □

A.2. Теоремы существования А-, С- i D-равновесий.

Будем обозначать через G^{α_A}, G^{α_C}, G^{α_D} игровые задачи типа G^{α}, в которых коэффициент α принимает значения α_A, α_C и α_D соответственно.

Теорема A1. Пусть в игровой задаче, удовлетворяющей допущению 1, в ситуации q^* достигается максимум суммарной платёжной функции. Тогда $\exists\, \alpha_A \in \mathbb{R}, \alpha_A \in [0, \frac{N-1}{N}]$:

1) В игровой задаче класса G^{α_A} ситуация q^* будет А-экстремальной.

2) $\forall \alpha \in [\alpha_A, \frac{N-1}{N}]$ в игровой задаче класса G^{α} ситуация q^* также будет А-экстремальной.

Proof of theorem A1. Прежде всего покажем, что найдётся $\alpha_A \in [0, \frac{N-1}{N}]$, для которого q^* будет A-равновесием.

Для того, чтобы ситуация q^* была A-экстремальной, она должна быть A_i-экстремальной при всех $i = \overline{1,N}$.

Согласно определению, ситуация q^* является A_i-равновесием, если она является единственной допустимой стратегией для i-го игрока в сечении $G(q^{i*})$ игрового множества G. В этом случае, очевидно, ситуация q^* будет A_i-равновесием в игре G^{α} $\forall \alpha \in [0, \frac{N-1}{N}]$.

Если же q_i^* не является единственно возможной стратегий i-го игрока в сечении $G(q^{i*})$, то при любой попытке отклонения i-м игроком от стратегии q_i^*, то есть $\forall q_i \in G(q^{i*}), q_i \neq q_i^*$ должна найтись ответная стратегия остальных игроков $\hat{q}^i < q_i >$:

$$U_i(\hat{q}^i, q_i) \leq U_i(q^*) \tag{A6}$$

При этом значения $\hat{q}^i$ можно брать не произвольными, а такими, чтобы в них достигался $\inf\limits_{\hat{q}^i \in G(q_i)} U_i(\hat{q}^i, q_i)$. Поскольку по допущению 1 множество $G(q_i)$ компактно, а функция U_i представляет собой линейную комбинацию непрерывных функций J_k, $k = \overline{1, N}$, то нижняя грань достигается, и можно принять $\hat{q}^i_{inf} < q_i > \stackrel{\Delta}{=} \arg\min\limits_{\hat{q}^i \in G(q_i)} U_i(\hat{q}^i, q_i)$. Таким образом условие A_i-экстремальности точки q^* приобретает вид:

$$U_i(q^*) - U_i(\hat{q}^i_{inf}, q_i) \geq 0, q_i \in G(q^{i*}) \tag{A7}$$

Далее можно повторить рассуждения, использовавшиеся при доказательстве теоремы 1, и показать, что найдётся $\alpha_A \leq \frac{N-1}{N}$ и $\forall \alpha \in [\alpha_A, \frac{N-1}{N}]$ точка q^* будет A-равновесием. □

Теперь докажем, что при определённых допустимых значениях коэффициента α ситуация q^* будет не только A, но и C-равновесием.

Теорема A2. Если в игровой задаче, удовлетворяющей допущению 1, в ситуации $q^* \in G$ достигается максимум суммарной платёжной функции $J(q)$, то $\exists\ \alpha_C \in \mathbb{R}, \alpha_C \in [0, \frac{N-1}{N}]$:

1) В игровой задаче класса G^{α_C} ситуация q^* будет С-экстремальной.

2) $\forall \alpha \in [\alpha_C, \frac{N-1}{N}]$ в игровой задаче класса G^{α} ситуация q^* также будет С-экстремальной.

Proof of theorem A2. Вновь воспользуемся заменой: $\beta \stackrel{\Delta}{=} \alpha \frac{N}{N-1}$, $\beta \in [0,1]$. Тогда суммарная функция полезности всех игроков кроме i-го примет следующий вид:

$$\begin{aligned} U^i(q) \stackrel{\Delta}{=} \sum_{\substack{k=1,\\ k\neq i}} U_k(q) = \sum_{\substack{k=1,\\ k\neq i}}^{N} (1-\beta) J_k(q) + \beta \frac{N-1}{N} J(q) \\ = (1-\beta) J^i(q) + \beta \frac{N-1}{N} J(q), q \in G \end{aligned} \tag{A8}$$

Согласно определению 6 q^* будет C-равновесием в игровой задаче G^{α}, если $U^i(q^*) \geq U^i(q_i^*, q^i)$, $\forall q^i \in G(q_i^*)$. Воспользовавшись выражением (A8), получим:

$$(1-\beta)(J^i(q^*) - J^i(q_i^*, q^i)) + \beta \frac{N-1}{N} (J(q^*) - J(q^*, q^i)) \geq 0 \tag{A9}$$

Введём обозначения:

$\frac{N-1}{N}\Big(J(q^*) - J\big(q^*, q^i\big)\Big) \overset{\Delta}{=} K\big(q^i\big), \forall q^i \in G(q_i^*)\ K(q^i) \geq 0$ (поскольку $q^* = Arg\max\limits_{q \in G} J(q)$),

$J^i(q^*) - J^i(q_i^*, q^i) \overset{\Delta}{=} L(q^i)$.

Поскольку условие (A9) задаёт отрезок на действительной прямой между точками $K(q^i)$ и $L(q^i)$, $K(q^i) \geq 0$, $q^i \in G(q_i^*)$, то можно повторить рассуждения, использовавшиеся при доказательстве теоремы 1, и показать, что найдётся значение $\alpha_C^* \in [0, \frac{N-1}{N}]$, такое что неравенство (22) будет выполняться $\forall q^i \in G(q_i^*), i = \overline{1, N}$.

Выбрав $\alpha_C = \max\{\alpha_C^*, \alpha_A\}$, получим, что точка q^* будет C-экстремальна в игре G^α $\forall \alpha \in [\alpha_C, \frac{N-1}{N}]$. □

В [9] показывается, что поскольку согласно определению 5 B_i-экстремальные ситуации ищутся на сечении $A_i(q_i^*)$, а C_i-экстремальные на множестве $G(q_i^*)$ и $A_i(q_i^*) \subset G(q_i^*)$, то множество C_i-равновесий является подмножеством множества B_i-равновесий, и соответственно $C \subset B$. Поскольку мы доказали, что ситуация $q^* = \operatorname{argmax}\limits_{q \in G} J(q)$ является C-равновесием в игре G^α при $\alpha \in [\alpha_C, \frac{N-1}{N}]$, то она будет и B-равновесием на этом интервале в игре G^α.

Теперь докажем теорему о существовании самого сильного из введённых нами D-равновесия в игре G^α.

Теорема А3 Если в игровой задаче, удовлетворяющей допущению 1, в ситуации $q^* \in G$ достигается максимум суммарной платёжной функции $J(q)$, то $\exists\ \alpha_D \in \mathbb{R}, \alpha_D \in [0, \frac{N-1}{N}]$:

1) В игровой задаче класса G^{α_D} ситуация q^* будет D-экстремальной.

2) $\forall \alpha \in [\alpha_D, \frac{N-1}{N}]$ в игровой задаче класса G^α ситуация q^* также будет D-экстремальной.

Proof of theorem A3. Покажем, что ситуация q^* будет D_i-равновесием для всех $i = \overline{1, N}$ в игре G^α.

Согласно определению 8, ситуация q^* является D_i-равновесием в игре G^α, если $\forall q \in C_i, q \neq q^*$: $J_i(q^*) \geq J_i(q)$. В соответствии с теоремой 3, если в ситуации $q^* \in G$ достигается максимум суммарной платёжной функции J, то эта ситуация является C-экстремальной, а значит и C_i-равновесием, $i = \overline{1, N}$.

Если множество C_i-равновесных ситуаций состоит лишь из одного элемента q^*, то очевидно, что данная ситуация будет и D_i-равновесием. Пусть множество C_i состоит более чем из одного элемента. Тогда для того, чтобы ситуация q^* была D_i-экстремальной, должно выполняться следующее условие:

$$U_i(q^*) \geq U_i(q), \forall q \in C_i, q \neq q^*. \tag{A10}$$

Воспользовавшись заменой $\beta \overset{\Delta}{=} \alpha \frac{N}{N-1}, \beta \in [0,1]$, которая использовалась при доказательстве теорем 1, A1 и A2, получим, что условие D_i-экстремальности ситуации q^* примет вид:

$$(1-\beta)(J_i(q^*)-J_i(q))+\frac{\beta}{N}(J(q^*)-J(q))\geq 0, \forall q\in C_i, q\neq q^* \quad \text{(A11)}$$

Введём обозначения:

$$S(q)\triangleq J_i(q^*)-J_i(q), T(q)\triangleq \frac{1}{N}(J(q^*)-J(q)), T(q)\geq 0\ \forall q\in C_i, q\neq q^*.$$

В данных обозначениях неравенство (A11) примет вид:

$$(1-\beta)S(q)+\beta T(q)\geq 0 \quad \text{(A12)}$$

Повторив рассуждения, использовавшиеся при доказательстве теоремы A1, и вернувшись к исходным обозначениям параметров, можно показать, что найдётся $\alpha_D^*\in[0,\frac{N-1}{N}]$, такое что неравенство (A12) будет выполняться $\forall q\in C_i, q\neq q^*, i=\overline{1,N}$.

Выбрав $\alpha_D=\max\{\alpha_D^*,\alpha_C\}$, получим, что точка q^* будет D-равновесием в игре G^α $\forall\alpha\in[\alpha_D,\frac{N-1}{N}]$. □

Modeling of social and ethical principles in terms of game tasks

Kirill E. Krasnikov

Applicant

Federal research Center "Informatics and management"

of the Russian Academy of Sciences

119333, 44-2 Vavilova street, Moscow, Russian Federation

e-mail: krasnikov.kirill@gmail.com

Abstract

This paper explores the problem of how behaviors such as individualism on the one hand and cooperation and consideration of common interests on the other affect the achievement of better results in a certain community? These two behavioral models can be modeled in terms of game theory by constructing an auxiliary parametric family of game problems. For this family, you can find conditions under which the most favorable situations (points of maximum total income) become equilibria. The results obtained allow us to assert that at a certain level of consideration of mutual interests and cooperation between participants, the most favorable situations become balances and, accordingly, communities in which such principles prevail have significant advantages. The paper shows that when a certain level of mutual integration is established between the parties, the situations in which the maximum cooperative income is achieved become strong equilibria. If the interaction of countries or regions is considered, then the level of integration can be understood, for example, the level of mutual investment.

For citation

Krasnikov K.E. (2020) Modelirovanie sotsial'no-eticheskikh printsipov v terminakh igrovykh zadach [Modeling of social and ethical principles in terms of game tasks]. *Ekonomika: vchera, segodnya, zavtra* [Economics: Yesterday, Today and Tomorrow], 10 (2A), pp. 224-240. DOI: 10.34670/AR.2020.64.55.021

Keywords

Modeling of social and ethical norms, E. R. Smolyakova's theory of conflict equilibria, public goods game

References

1. Alfano, M.; Rusch, H.; Uhl, M. Ethics, Morality, and Game Theory *Games* 2017. Available online: https://www.mdpi.com/journal/games/special_issues/ethics_morality (accessed on 13 July 2019).
2. Alger, I.; Weibull, J.W. Strategic Behavior of Moralists and Altruists *Games* 2017. Available online: https://www.mdpi.com/2073-4336/8/3/38 (accessed on 13 July 2019).
3. Bernheim, B.D.; Stark, O. Altruism within the Family Reconsidered: Do Nice Guys Finish Last? *Am. Econ. Rev.* 1988, 78, 1034–1045.
4. Germeyer, Yu.B.; Vatel, I.A. Games with a hierarchical vector of interests *News of the Academy of Sciences of the USSR. Technical cybernetics* 1974, 3, 54-69.
5. Lindbeck, A.; Weibull, J. Altruism and Time Consistency — The Economics of Fait Accompli. *Journal of Political Economics* 1988, 96, 1165–1182.
6. Mickushina, T.N.; Skuratovskaya, M.L. The problem of morality and the global crisis of society *Proceedings of the II International Scientific and Practical Conference "The world is on the threshold of a new era. How will it be?"* 2014. Available online http://moralitymovement.org/articles/skuratovskaya-ml_mickushina-tn_the_problem_of_morality_and_the_global_crisis.pdf (accessed on 13 July 2019).
7. Smolyakov, E.R. *The theory of antagonisms and differential games* Editorial URSS: Moscow, Russia, 2000.
8. Smolyakov, E.R. *The theory of conflict equilibria* Editorial URSS: Moscow, Russia, 2005.
9. Smolyakov, E.R. *Methods for solving conflict problems* Moscow State University: Moscow, Russia, 2010.