УДК 33 DOI: 10.34670/AR.2019.90.9.033

Комитетное решение и циклическая динамика противоречивой задачи выбора стратегии лечения

Гилёв Денис Викторович

Старший преподаватель,
Уральский федеральный университет,
620002, Российская Федерация, Екатеринбург, ул. Мира, 19;
e-mail: deni-gilev@narod.ru

Аннотация

Рассматривается противоречивая задача выбора процедуры лечения. Противоречивость состоит в том, что требования, предъявляемые к качеству лечения, в их совокупности невыполнимы. Соответствующая математическая модель, имеющая вид системы линейных неравенств, представляет собой задачу, не обладающую решением. Поэтому вместо понятия решения приходится применять некоторое его обобщение, согласующееся с практическим смыслом задачи. Интерпретация обобщенного решения и способ его применения поясняются в терминах циклической динамики улучшения показателей организма, так как ввиду несовместности задачи, улучшение одновременно всех показателей с положительным темпом роста невозможно.

Предлагаемый алгоритм связан с комитетными конструкциями для систем ограничений.

Для цитирования в научных исследованиях

Гилёв Д.В. Комитетное решение и циклическая динамика противоречивой задачи выбора стратегии лечения // Экономика: вчера, сегодня, завтра. 2019. Том 9. № 9А. С. 356-361. DOI: 10.34670/AR.2019.90.9.033

Ключевые слова

Оценка финансового состояния медицинской организации, неформализованность целевой функции, двойственная задача линейного программирования, комитетный метод, задача дискриминантного анализа.

Введение. Математическая модель выбора процедуры лечения

Пусть $x=[x_1,\dots,x_n]$ - n-мерный вектор вещественных параметров выбираемой процедуры лечения; $y=[y_1,\dots,y_p]$ - вектор состояния организма до лечения; $\varphi_j(x,y)$ - j-й показатель состояния организма после лечения ($j=1,\dots,m$). Предполагается, что по смыслу задачи $x_i \ge 0 (i=1,\dots,n)$, $y_s \ge 0 (s=1,\dots,p)$. В противном случае для переменных x_i, y_s, которые не стеснены условиями неотрицательности, можно было бы ввести замену переменных: $x_i = u_i - v_i$, $y_s = z_s - \omega_s$, где $u_i \ge 0$, $v_i \ge 0$, $z_s \ge 0$, $\omega_s \ge 0$.

Допустим, что состояние организма в норме характеризуется условиями

$$\left.\begin{aligned} & a_j \le \varphi_j(x,y) \le b(j=1,\dots,m), \\ & x \ge 0, y \ge 0. \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

При фиксированном y соответствующий вектор параметров лечения x находим как решение системы (1). Однако эта система, как часто бывает на практике, может быть несовместной. В этом случае можно воспользоваться методом комитетов и построить смешанную стратегию лечения. Составляющие ее чистые стратегии являются решениями некоторых совместных подсистем исходной системы. При этом ограничения могут быть достаточно «эластичными», т. е. в той или иной мере ослабляемыми.

Понятия, связанные с методом комитетов, рассматриваются в следующем пункте.

Метод комитетов

Приведем некоторые теоретические результаты по методу комитетов.

Некоторые задачи принятия решений можно описать математической моделью: требуется найти

$$x \in X, x \in D_j (\forall j \in J).$$

Здесь X и D_j - пока произвольные множества. Если эта система несовместна, то можно применить следующие комитетные конструкции.

Определение. Пусть $0 \le p \le 1$. Тогда p-комитетом для системы множеств $F=\{D_j : j \in J\}$ в классе X называется конечное множество $K \subset X$ такое. Что

$$|K \cap D_j| > p|K| (\forall j \in J).$$

Приведем теорему существования p-комитета для системы множеств.

Теорема. Если $|J|=m$ и k - есть такое натуральное число, что $k/m > p$ и все подмножества

$F' \subset F$, для которых $|F'|=k$, имеет непустые пересечения, то p-комитет для системы F существует в классе $\bigcup_{j=1}^{m} D_i$.

Определение. Рассмотрим систему относительно $x \in R^n$:

$$(c_j, x) > b_j (j = 1, \dots, m), \tag{2}$$

где $(\ ,\ )$ - символ скалярного произведения. Тогда то p-комитет для системы множеств $\{x : (c_j, x) \le b_j\} \{ j = 1, \dots, m)$ в классе $x \in R^n$ называется p-комитетом системы (2) в классе X.

Комитетом системы (2) называется ее p-комитет при $p = 0,5$.

Теорема 10. Необходимое и достаточное условие существования комитета системы (2) состоит в том, что каждые два неравенства системы (2) совместны.

Определение 13. Комитет с минимальным числом членов называется минимальным комитетом; q_{min} обозначает число членов этого комитета.

Теорема 11. Среди минимальных комитетов системы (2) существуют такие, что их члены являются решениями некоторых максимальных совместных подсистем системы (2).

Эта теорема позволяет построить метод нахождения минимального комитета системы (2), используя метод свертывания для нахождения максимальных совместных подсистем. Зная эти подсистемы, можно сформулировать задачу нахождения минималь-ого комитета как некоторую задачу дискретного программирования.

Таким образом, алгоритм построения минимального комитета состоит из следующих шагов.

1. Применяя метод фундаментального свертывания (некоторый метод исключе-ия неизвестных), находим индексные множества минимальных несовместных подсистем системы (2).

2. Отыскиваем максимальные совместные подсистемы как максимальные подсистемы, не включающие минимальных несовместных подсистем.

3. Строим систему различных представителей $G = \{x^1, \dots, x^q\}$ для совокупности множеств решений максимальных совместных подсистем.

4. Строим векторы $\delta(x^i) = [\delta_{i1}, \dots, \delta_{im}]$, где

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } (c_j, x^i) > b_j, \\ -1, & \text{если } (c_j, x^i) \le b_j. \end{cases}$$

5. Строим минимальный комитет из системы G, решая задачу дискретного относительно $z_i \ge 0$ программирования:

$$\min\left\{\sum_{i=1}^{q} z_i : \sum_{i=1}^{q} z_i\delta(x_i) \geq [1,\ldots,1], z_i \text{ - целые}, z_i \geq 0\right\}.$$

А именно, если $\{\overline{z}_i\}$ - решение последней задачи, то минимальным комитетом будет

$$\left\{\underbrace{x^1,\ldots,x^1}_{\overline{z}_1},\ldots,\underbrace{x^q,\ldots,x^q}_{\overline{z}_q}\right\}.$$

Нетрудно видеть, что данный метод легко модифицируется для нахождения минимального комитета системы двусторонних линейных неравенств. Сделаем замечания по эффективности и устойчивости этого алгоритма.

Если множество граничных плоскостей $\{x:(c_j,x)=b_j\}$, $j=1,\ldots,m$, общего поло-жения, то метод свертывания устойчив относительно малых колебаний коэффициентов системы (2).

Вместе с тем отметим значительную сложность алгоритма: метод свертывания связан с большим увеличением требуемой памяти, а задача дискретного программирова-ия требует большого числа итераций. Поэтому целесообразно использовать более простой алгоритм, приводимый в следующем пункте.

Алгоритм

Предположим, что состояние y фиксировано и система (1) приведена к виду

$$a_j \leq f_j(x) \leq b_j (j=1,\ldots,m), x \in D. \tag{3}$$

Пусть число чистых стратегий в смешанной стратегии лечения ограничено сверху числом Q. Найдем число p такое, что количество всех подсистем системы (2), каждая из которых содержит p двусторонних ограничений, не превышает Q, т. е. $p=\min\{a \geq n : C_m^a \leq Q\}$. Положим $q=C_m^p$. Приближенные (так как подсистемы могут быть несовместными) решения этих подсистем, лежащие в множестве D, и явятся искомыми чистыми стратегиями.

Выпишем индексные множества всех q подсистем исходной системы – таких под-систем, каждая из которых состоит из p двусторонних неравенств:

$$S_i \subset \overline{1,m},\ldots,S_q \subset \overline{1,m}, |S_j| = p(\forall j).$$

Пусть x^i - приближенное решение подсистемы

$$a_j \leq f_j(x) \leq b_j (j \in S_i). \tag{4}$$

Тогда множество чистых стратегий таково:

$$K = \{x^i : i = 1, \ldots, q\}.$$

Переходим к вопросу об отыскании x^i. Система (4), которой этот элемент должен удовлетворять, в общем случае несовместна. Поэтому используем возможность ослабления ограничений, решая задачу

$$\min\{z \geq 0 : a_j - z \leq f_j(x) \leq b_j + z\} (j \in S_i).$$

В случае, когда f_j - линейны, это задача линейного программирования, и ее можно решить, например, симплекс-методом. Решение этой задачи неустойчиво, так как при подстановке минимального z получаем систему с вырожденным множеством решений.

Заключение

Ранее метод комитетов успешно применялся в решении задач распознавания образов. В практическом плане это задачи диагностики и классификации в медицине, технике, экономике, социологии и других областях. Что касается реальных задач математического программирования, то до настоящего времени имелись лишь теоретические работы по применению комитетных методов. Следует заметить, что метод комитетов применялся в задачах математического программирования с целью моделирования плохо формализуемых ограничений, но здесь речь идет о непосредственном применении комитетов как обобщения понятия решения задачи оптимизации.

Библиография

1. Кривоногов А. И. Обоснование комитетных алгоритмов и некоторые условия разделимости в распознавании образов. – Автореф. Дис. … канд. Физ.-мат. наук. Новосибирск: Ин-т математики СО РАН СССР, 1983.
2. Мазуров Вл. Д. Теория и приложения комитетных кончтрукций. – В кн.: Методы для нестационарных задач математического программирования. Свердловск, 1979, с. 31-63.
3. Старцева Н. Н., Киселева Л. В. Радиоиммунные методы исследования в диагностике и прогнозе пиелонефрита у детей. – В кн.: Радиоиммунные методы исследования в акушерстве, гинекологии и педиатрии. М., 1981, с. 48-52.
4. Старцева Н. Н., Силина Э. М. Гнойно-воспалительные заболевания почек у детей первого года жизни и методы реабилитации в условиях поликлиники. – В кн.: Роль поликлинического звена в системе нефрологической помощи. Рига. 1982, с. 84.
5. Чернков С. Н. Свертывание конечных систем линейных неравенств. – Докл. АН УССР. Сер. А, 1969, № 1, с. 32-35.
6. Mazurov Vl. D. Method of Committees and Applications in Operations Research/ - Math/ Operations forsch/ Statist., Ser. Optimization, 1979, v. 10, № 3, p. 365-371.

The Committee's decision and the cyclical dynamics of conflicting objectives selection of treatment strategies

Denis V. Gilev

Senior Lecturer,
Ural Federal University,
620002, 19, Mira st., Ekaterinburg, Russian Federation;
e-mail: deni-gilev@narod.ru

Abstract

The controversial problem of choosing a treatment procedure is considered. The contradiction lies in the fact that the requirements for the quality of treatment, in their totality, are not feasible. The corresponding mathematical model, which has the form of a system of linear inequalities, is a problem that does not have a solution. Therefore, instead of the concept of a solution, it is necessary to apply some generalization of it, consistent with the practical meaning of the problem. Interpretation of the generalized solution and method of application are explained in terms of cyclical dynamics improve the organ-ISM because of the incompatibility of tasks, improving at the same time all indicators with a positive growth rate impossible.

The proposed algorithm is related to Committee constructions for boundary systems.

For citation

Gilev D.V. (2019) Komitetnoe reshenie i tsiklicheskaya dinamika protivorechivoi zadachi vybora strategii lecheniya [The Committee's decision and the cyclical dynamics of conflicting objectives selection of treatment strategies]. *Ekonomika: vchera, segodnya, zavtra* [Economics: Yesterday, Today and Tomorrow], 9 (9A), pp. 356-361. DOI: 10.34670/AR.2019.90.9.033

Keywords

Assessment of the financial condition medical clinic, non-formalization objective function and constraints functions, the dual linear programming problem, the committee method, the problem of discriminant analysis.

References

1. Krivonogov, A. I. (1983) Justification of algorithms of the Committee and certain conditions of separability in pattern recognition. - Yeah. Dis.... Cand. Phys. sciences'. Novosy-Birsk: Institute of mathematics SB RAS USSR.
2. Mazurov VL. D. (1979) Theory and applications of Committee structures. - Yeah.: Methods for non-stationary mathematical programming problems. Sverdlovsk, pp. 31-63.
3. Startseva N. N., Kiseleva L. V. (1981) Radioimmune research methods in the diagnosis and prognosis of pyelonephritis in children. - Yeah.: Radioimmunoassay methods of research in obstetrics, gynecology, and Pediatrics. Moscow, pp. 48-52.
4. Startseva N. N., Silina E. M. (1982) Purulent-inflammatory kidney diseases in children of the first year of life and methods of rehabilitation in the polyclinic. - Yeah.: The role of the poly-clinical link in the nephrological care system. Riga. p. 84.
5. Chernkov. H. (1969) Convolution of finite systems of linear inequalities. - Yeah. Ukrainian academy of sciences. Ser. A, No. 1, pp. 32-35.
6. Mazurov VL. D. (1979) method of committees and applications in operations research / - Math / Operations forsch / Statist., Ser. Optimization, V. 10, No. 3, Pp. 365-371.