

УДК 33

DOI 10.25799/AR.2019.80.1.054

К вопросу о месте математических дисциплин в моделировании социально-экономических процессов

Цылина Ирина Томовна

Кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры высшей математики и естественнонаучных дисциплин,
Московский финансово-промышленный университет «Синергия»,
125190, Российская Федерация, Москва, просп. Ленинградский, 80;
e-mail: irina_1234@inbox.ru

Аннотация

В данной статье анализируется роль математических дисциплин в моделировании социально-экономических процессов. В современных условиях математическая модель является инструментом обработки баз данных или переработки первичной информации в прогнозную информацию. База данных прогнозной информации обладает большой практической ценностью. В условиях становления информационного общества специализированная информация пользуется особым спросом в экономике и политике. Информация обрабатывается при помощи специальных программ, и они являются соответствующими компьютерными реализациями математических моделей. Математические модели позволяют описывать существенные связи между экономическими процессами и явлениями, прогнозировать различные экономические показатели, разрабатывать стратегии управления экономическими объектами. Автором кратко рассмотрена история развития математического моделирования. Дается определение математической модели, представлено описание различных математических моделей, в том числе эконометрической. Отмечено, что производственные функции используются для анализа макроэкономических процессов. Самой важной производственной функцией является функция Кобба – Дугласа.

Для цитирования в научных исследованиях

Цылина И.Т. К вопросу о месте математических дисциплин в моделировании социально-экономических процессов // Экономика: вчера, сегодня, завтра. 2019. Том 9. № 1А. С. 536-543.

Ключевые слова

Математическая модель, производственная функция, функция издержек, функция Кобба – Дугласа.

Введение

Уровень профессионализма экономиста в основном зависит от степени освоения математического аппарата и умения применять его при анализе экономических процессов и явлений.

Математическая модель – это совокупность математических функций или уравнений, которые описывают определенные качества изучаемого реального явления или процесса.

На основе математической модели разрабатываются специальные компьютерные программы, которые позволяют обработать полученную статистическую информацию и оценить значимость построенной модели.

Основные разделы высшей математики (математический анализ, линейная алгебра и аналитическая геометрия, теория вероятностей и математическая статистика, линейное программирование) широко используются для описания процессов и явлений в экономике.

Простейшие математические модели на уровне таблиц и формул использовали Ф. Кене в 1758 г. («Экономические таблицы»), Адам Смит, Д. Рикардо [Джонстон, 1980]. В XIX веке благодаря бурному развитию капитализма в Европе математика получила мощный импульс развития. В XX веке за создание математических моделей в экономике В. Леонтьев, Д. Хикс, Р. Солоу, П. Самуэльсон получили Нобелевские премии в области экономики.

Математические модели позволяют описывать существенные связи между экономическими процессами и явлениями, прогнозировать различные экономические показатели, разрабатывать стратегии управления экономическими объектами.

Основная часть

Создание экономико-математической модели включает в себя несколько этапов:

- 1) формулировка цели, стоящей перед исследователем;
- 2) выделение наиболее значимых факторов, влияющих на результаты;
- 3) сбор и обработка необходимой информации;
- 4) выбор функции, составление уравнения;
- 5) расчет параметров модели;
- 6) оценка значимости полученной модели и возможности ее применения для прогнозирования результата [Красс, Чупрынов, 2006].

Модели в экономике классифицируются в зависимости от целей моделирования и особенностей моделируемого объекта.

Модели микроэкономики позволяют описать экономику как единое целое с помощью таких показателей, как ВВП, потребление, инвестиции, инфляция и др. [Колемаев, 2005].

При создании таких моделей используются производственные функции (функция издержек, функция Кобба – Дугласа, функция спроса, потребления и предложения). Производственная функция – это зависимость результата производственной деятельности от обусловивших его факторов.

Модели в микроэкономике описывают взаимодействие отдельных звеньев экономики или их поведение в отдельности в рыночной среде.

Тактические модели позволяют изучать общие свойства экономики на основе выводов из формальных предпосылок.

Прикладные модели подразумевают оценку параметров конкретных экономических объектов и служат для разработки стратегии поведения фирм на рынке.

Равновесные модели носят описательный характер и позволяют описать состояние экономики при равновесии всех воздействующих на нее факторов.

Оптимизационные модели описывают процессы и явления рыночной экономики и позволяют оптимизировать деятельность потребителя, производителя или фирмы.

Статические модели служат для описания объектов экономики в определенный момент. Параметры этих моделей являются фиксированными величинами.

Динамические модели являются описанием различных процессов и явлений, которые изменяются со временем.

Стохастические модели подразумевают наличие случайных связей между переменными моделями. К таким моделям можно отнести эконометрические модели [Доугерти, 1997; Елисеева, Курышева, Костеева, 2005; Валентинов, 2008].

Рассмотрим подробнее эконометрические модели.

Эконометрика – это раздел экономики, занимающийся разработкой и применением статистических методов для измерений взаимосвязей между экономическими переменными.

Эконометрическая модель – это разбиение объясняемой (зависимой) переменной на объясняемую (регрессией) и случайную и оценка параметров распределения случайной составляющей.

При построении эконометрической модели необходимо отобрать факторы, существенно влияющие на зависимую переменную, и выбрать математическую функцию, описывающую связь между факторной и результирующей переменной. В качестве таких функций можно выбрать линейную, квадратичную, логарифмическую функцию одной переменной.

Статистически значимая модель находит широкое применение в прогнозировании результата.

Например, пусть цена Y на автомобиль является функцией переменных x_1 и x_2 :

$$Y = 1800 - 1000x_1 - 0,3x_2,$$

где y – ожидаемая цена автомобиля (вуал. ден. ед.);

x_1 – срок эксплуатации автомобиля (в годах);

x_2 – пробег (в тыс. км).

Построенная модель позволяет выявить процесс формирования цены на автомобиль и определить степень влияния каждого фактора на y .

В данном случае цена нового автомобиля равна 18000 у.е. при $x_1 = 0$, $x_2 = 0$.

Коэффициенты данной линейной множественной регрессии при x_1 и x_2 означают, что при увеличении срока эксплуатации на 1 год цена автомобиля уменьшается в среднем на 1000 у.е., а за счет увеличения пробега на 1 тыс. км – на 0,3 у.е.

Менеджеру не составит большого труда определить ожидаемую цену поступившего в продажу автомобиля, даже если его параметры ранее не встречались в данном салоне.

Экономическая модель в общем виде выглядит так: $y = f(x_1, \dots, x_n)$.

Наиболее ответственны выбором объясненной части случайной величины Y является ее среднее полученное при данном наборе значений объясняющих переменных.

Управление $M_x(Y) = f(x_1, \dots, x_n)$ называется управлением регрессии. При таком выборе объясненной части эконометрическая модель имеет вид:

$$Y = M_x(Y) + E,$$

где E – случайная величина (ошибка, возмущение).

Эконометрическая модель не всегда является регрессионной, т.е. объясняемая часть не обязательно представляет собой условное математическое ожидание эндогенной переменной y .

Наиболее широкое применение в экономике имеют линейные регрессионные модели ($y = a + bx$, $y = a + bx_1 + cx_2, \dots$). Параметры таких моделей можно оценить с помощью метода наименьших квадратов. При этом полученные оценки параметров будут несмещенными, эффективными и состоятельными, если будут выполняться условия теоремы Гаусса-Маркова:

- 1) математическое ожидание E равно нулю;
- 2) дисперсия возмущения E постоянна для любого i ;
- 3) возмущения E_i и E_j не коррелированы.

Возмущение E_i есть нормально распределенная случайная величина.

В этом случае модель $y = a + bx + E_i$ называется классической нормальной линейной регрессионной моделью (Classical Normal Linear Regression Model).

В большинстве случаев исследователи социально-экономических процессов объясняют выбор линейных регрессионных моделей следующими причинами:

1. Случайные величины X , Y , как правило, являются нормально распределенными. Некоторые функции от Y или X имеют нормальное распределение. Например, известно, что логарифм доходов населения – нормально распределенная случайная величина. Очень часто предпосылка о нормальном распределении случайной величины является вполне разумной.

2. При выборе линейной регрессионной модели уменьшается риск значительной ошибки прогноза.

Математическое ожидание квадрата отклонения наблюдаемых значений y от теоретических оказывается меньшим в том случае, если уравнение регрессии выбрано линейным.

Идентификация эконометрической модели включает в себя статистический анализ модели и оценку ее параметров.

На этапе верификации модели проводится проверка истинности, адекватности модели. Выясняется, насколько удачно решены проблемы спецификации, идентификации и идентифицируемости модели.

Если имеются статистические данные, характеризующие моделируемый экономический объект в данный и предшествующий моменты времени, то для верификации модели, построенной для прогноза, достаточно сравнить моменты времени с соответствующими их значениями, полученными на основе рассматриваемой модели по данным предшествующих моментов.

Разделение эконометрического моделирования на отдельные этапы носит в известной степени условный характер, так как эти этапы могут пересекаться, взаимно дополнять друг друга и т.п.

Для оценки параметров линейной регрессионной модели используется метод наименьших квадратов. Этот метод был впервые предложен К. Гауссом около 250 лет назад. Гаусс применил метод наименьших квадратов для построения траектории движения планет. Этот метод используется при моделировании биологических объектов, экономических и социальных систем. МНК продолжает активно использоваться в исследованиях социально-эконометрических явлений и процессов, так как в его основе лежит предпосылка о нормальном законе распределения случайных величин. Метод наименьших квадратов имеет прочную теоретическую базу и пример успешного применения в различных областях науки и техники.

Если нарушается условие гомоскедастичности (постоянство дисперсий ошибок регрессии), то наблюдается гетероскедастичность ошибок модели.

Гетероскедастичность (неоднородность дисперсий ошибок регрессии) существенно ухудшает качество эконометрической модели и требует корректировки. Для устранения гетероскедастичности остатков все переменные регрессионного уравнения нужно разделить на остатки [Доугерти, 1997; Елисеева, Курышева, Костеева, 2005].

В случае, когда на результат Y влияют несколько факторных переменных, качество модели может ухудшиться мультиколлинеарность факторов. В этом случае объясняющие переменные связаны функциональной или корреляционной зависимостью.

Это может привести к невозможности оценок параметров или к получению неустойчивых оценок [Валентинов, 2008; Колемаев, 2005]. Для отбора переменных используется процедура пошагового отбора переменных. Для оценки влияния факторов, не имеющих определенных единиц измерения (качественные признаки), например образования, пола и т.п., используются фиктивные переменные.

Информационные технологии эконометрических исследований состоят из двух частей: функциональная часть эконометрических исследований и инструментальные средства, используемые для выполнения функциональной части.

Функциональная часть исследований совпадает с этапами создания эконометрической модели. Технические средства и пакеты прикладных программ представляют собой инструментальные средства.

Функциональная часть эконометрических исследований включает следующие этапы моделирования:

- 1) выявление проблем предприятия или организации;
- 2) анализ наиболее важных проблем для предприятия;
- 3) выявление показателя y деятельности предприятия, нуждающегося в усовершенствовании;
- 4) обозначение основных факторов, оказывающих существенное влияние на y ;
- 5) выявление тенденций зависимости y от факторов, включаемых в модель;
- 6) пошаговый процесс включения факторов в модель;
- 7) анализ остатков модели на гетероскедастичность и автокорреляцию;
- 8) устранение отрицательных моментов, влияющих на модель;
- 9) построение доверительных интервалов;
- 10) построение системы одновременных уравнений;
- 11) применение разновидностей метода наименьших квадратов (косвенный, двухшаговый, трехшаговый) для оценки коэффициентов структурной системы одновременных уравнений;
- 12) анализ временных рядов;
- 13) определение составляющих временного ряда;
- 14) выявление стационарности временного ряда;
- 15) построение нестационарных рядов;
- 16) построение адаптивных моделей ряда;
- 17) составление проектов по улучшению процессов.

Для выполнения функциональной части эконометрических исследований можно использовать два вида технических устройств: персональные компьютеры и микрокалькуляторы.

Программное обеспечение ПК включает в себя электронные таблицы Excel и пакеты прикладных программ. С помощью статистической функции «Линейн» можно получить основные характеристики эконометрических моделей: ошибка модели, параметры модели,

статистические оценки параметров модели, коэффициенты детерминации.

Excel обязательно изучается в курсе информатики, имеет доступное обширное методическое обеспечение с примерами использования в эконометрике, электронные таблицы согласуются с большинством статистических пакетов прикладных программ. Но с помощью Excel нельзя найти собственные значения и собственные вектора матрицы и нельзя вести расчеты с изменяющимися объектами. В Excel ограничены возможности трехмерной графики.

Статистические пакеты прикладных программ (STADIA, STSTGRAPHICS, SPSS, SYSTAT и др.) имеют много методов и моделей анализа экономической информации, которые можно использовать в эконометрике.

Эконометрическое моделирование является инструментом для решения проблем предприятий и организаций. Деятельность предприятий и организаций предполагает производство некоторых товаров и услуг. Существуют двенадцать стадий жизненного цикла продукции: изучение рынка и маркетинг, создание проектов, планирование процессов, разработка основных стадий производственного процесса, закупка, предоставление услуги, контроль, упаковка продукции, продажа, сдача в эксплуатацию, обслуживание, вторичная переработка.

Задачей стратегического планирования является разработка жизненного цикла продукции. Оперативное планирование включает в себя реализацию каждой стадии жизненного цикла продукции.

На различных стадиях стратегического и оперативного планирования могут возникать проблемы у предприятий. Любой процесс происходит по циклу Деминга: планируй, делай, анализируй, воздействуй. Проблемы у экономического объекта могут быть обусловлены снижением эффективности его деятельности.

Представление деятельности предприятия в виде реализации процессов позволяет формализовать процессы, предложить способы улучшения качества продукции, повышения конкурентоспособности предприятия или организации.

Существуют следующие принципы системы качества:

- 1) приоритет интересов потребителя;
- 2) полное вовлечение работников;
- 3) лидирующая позиция руководителя;
- 4) системный подход к менеджменту;
- 5) управление ресурсами и производством как процессом;
- 6) принятие решений, основанных на анализе информации;
- 7) постоянное улучшение деятельности предприятия и организации;
- 8) повышение взаимовыгодности сотрудничества с поставщиками.

Прогноз, полученный с помощью эконометрической модели, служит основой для принятия управленческих решений для улучшения качества продукции.

Условие улучшения качества продукции связано с повышением качества процессов, при этом подготовка заинтересованной среды является необходимым условием, а умение использовать средства улучшения качества – достаточное условие.

Многие средства и методы системы качества включены в состав эконометрики. Они взаимно пересекаются и могут дополнить друг друга.

Цель улучшения качеств должна ставиться так, чтобы было возможно определение показателей достигнутого процесса. Она должна быть масштабной, ясной и соответствующей задачам организации. Стратегия должна быть разъяснена всем сотрудникам, согласована с ними. Цель улучшения качества должна регулярно корректироваться с тем, чтобы она отражала

изменение потребности, при этом уровень выполнения целей зависит от публичности целей, внутреннего контроля исполнителей.

Заключение

Таким образом, в современных условиях математическая модель является инструментом обработки баз данных или переработки первичной информации в прогнозную информацию.

База данных прогнозной информации обладает большой практической ценностью. В условиях становления информационного общества, т.е. общества нового типа, специализированная информация пользуется особым спросом в экономике и политике.

Информация обрабатывается при помощи специальных программ, и они являются соответствующими компьютерными реализациями математических моделей.

Важную роль в подготовке современных экономистов играют следующие математические дисциплины: линейная алгебра, математический анализ, теория вероятностей и математическая статистика, эконометрика и другие.

Библиография

1. Валентинов В.А. Эконометрика. М.: Дашков и Ко, 2008. 436 с.
2. Джонстон Д. Эконометрические методы. М.: Статистика, 1980. 432 с.
3. Доугерти К. Введение в эконометрику. М.: НИФРА-М, 1997. 465 с.
4. Елисеева И.И., Курышева С.В., Костеева Т.В. Эконометрика. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Финансы и статистика, 2005. 576 с.
5. Замков О.О., Толстопятенко А.В., Черемных Ю.Н. Математические методы в экономике. М.: Дело и Сервис, 2009. 366 с.
6. Каменева С.А. Линейные регрессионные модели с переменной структурой // Материалы Международной научно-практической конференции. Саранск: ЮрЭксПрактика, 2013. 360 с.
7. Каменева С.А. Сущность инфляции // Материалы Международной научно-практической конференции «Инновации в образовательной деятельности и их влияние на развитие региона». Саранск: Руз. печ., 2012.
8. Колемаев В.А. Математическая экономика. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. 399 с.
9. Колемаев В.А. Моделирование сбалансированного экономического роста // Вестник университета. 2000. № 1(3). С. 41-48.
10. Колемаев В.А. Экономико-математическое моделирование. Моделирование макроэкономических процессов и систем. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. 295 с.
11. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Математические методы и модели для магистрантов экономики. СПб.: Питер, 2006. 496 с.
12. Кремер Н.Ш. Высшая математика для экономистов. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2007. 479 с.
13. Кундышева Е.С. Математическое моделирование в экономике. М.: Данилов и Ко, 2009. 564 с.

To the question of the place of mathematical disciplines in modeling of social and economic processes

Irina T. Tsykina

PhD in Physical and Mathematical Sciences,
Associate Professor of the Department of higher mathematics and natural sciences,
Moscow University of Industry and Finance "Synergy",
125190, 80, Leningradskii av., Moscow, Russian Federation;
e-mail: irina_1234@inbox.ru

Irina T. Tsykina

Abstract

This article analyzes the role of mathematical disciplines in the modeling of social and economic processes. In modern conditions, the mathematical model is a tool for processing databases or processing primary information into predictive information. The database of forecast information has great practical value. In the context of the formation of information society, i.e. a new type of society, specialized information is in special demand in the economy and politics. Information is generated by means of special programs, and they are corresponding computer implementations of mathematical models. Mathematical models allow to describe essential connections between economic processes and phenomena, to predict various economic indicators, to develop strategies of management of economic objects. The author of this article discusses the history of the development of mathematical modeling. The definition of mathematical model is given, and the description of various mathematical models is presented. The econometric model is considered in detail. The author notes that the production functions are used for the analysis of macroeconomic processes. The most important production function is the Cobb – Douglas function. The following mathematical disciplines play an important role in the training of modern economists: linear algebra, mathematical analysis, probability theory and mathematical statistics, econometrics and others.

For citation

Tsylyna I.T. (2019) K voprosu o meste matematicheskikh distsiplin v mode-lirovanii sotsial'no-ekonomicheskikh protsessov [To the question of the place of mathematical disciplines in modeling of social and economic processes]. *Ekonomika: vchera, segodnya, zavtra* [Economics: Yesterday, Today and Tomorrow], 9 (1A), pp. 536-543.

Keywords

Mathematical model, production function, cost function, Cobb – Douglas function.

References

1. Dougerti K. (1997) *Vvedenie v ekonometriku* [Introduction to econometrics]. Moscow: NIFRA-M Publ.
2. Dzhonston D. (1980) *Ekonometricheskie metody* [Econometric methods]. Moscow: Statistika Publ.
3. Eliseeva I.I., Kuryshva S.V., Kosteeva T.V. (2005) *Ekonometrika* [Econometrics], 2nd ed. Moscow: Finansy i statistika Publ.
4. Kameneva S.A. (2012) Sushchnost' inflyatsii [The essence of inflation]. *Materialy Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii "Innovatsii v obrazovatel'noi deyatel'nosti i ikh vliyanie na razvitiye regiona"* [Proc. Int. Conf. "Innovations in educational activities and their impact on the development of the region"]. Saransk: Ruz. Pech. Publ.
5. Kameneva S.A. (2013) *Lineinye regressionnye modeli s peremennoi strukturoi* [Linear regression models with variable structure]. Saransk: YurEksPraktika Publ.
6. Kolemaev V.A. (2000) Modelirovanie sbalansirovannogo ekonomicheskogo rosta [Modeling of the balanced economic growth of a hundred]. *Vestnik universiteta* [Bulletin of the University], 1(3), pp. 41-48.
7. Kolemaev V.A. (2005) *Ekonomiko-matematicheskoe modelirovanie. Modelirovanie makroekonomicheskikh protsessov i system* [Economic and mathematical modeling. Modeling of macroeconomic processes and systems]. Moscow: YuNITI-DANA Publ.
8. Kolemaev V.A. (2005) *Matematicheskaya ekonomika* [Mathematical Economics]. Moscow: YuNITI-DANA Publ.
9. Krass M.S., Chuprynov B.P. (2006) *Matematicheskie metody i modeli dlya magistrantov ekonomiki* [Mathematical methods and models for graduate students in economics]. Saint Petersburg: Piter Publ.
10. Kremer N.Sh. (2007) *Vysshaya matematika dlya ekonomistov* [Higher mathematics for economists]. Moscow: YuNITI-DANA Publ.
11. Kundysheva E.S. (2009) *Matematicheskoe modelirovanie v ekonomike* [Mathematical modelling in economics]. Moscow: Danilov i Ko Publ.
12. Valentinov V.A. (2008) *Ekonometrika* [Econometrics]. Moscow: Dashkov i Ko Publ.
13. Zamkov O.O., Tolstopyatenko A.V., Cheremnykh Yu.N. (2009) *Matematicheskie metody v ekonomike* [Mathematical methods in economics]. Moscow: Delo i Servis Publ.